

Skriftlig MATEMATIK

Årsprøve, 1.a
7. juni 2024
kl. 9.00-13.00
Lærer: BU

Varighed: 4 timer

Opgavesættet er delt i to dele:

Delprøve 1: 1½ time kun med den centralt udmeldte formelsamling.

Delprøve 2: 2½ time med alle hjælpemidler.

Delprøve 1 består af opgave 1-7.

Delprøve 2 består af opgave 8-13.

Pointtallet er angivet ud for hvert spørgsmål.

Der gives i alt 200 point.

En del af spørgsmålene er knyttet til mindstekravene.

Disse spørgsmål er markeret med grøn farve.

Bedømmelsen af det skriftlige eksamenssæt

I bedømmelsen af besvarelsen af de enkelte spørgsmål og i helhedsindtrykket vil der blive lagt vægt på, om eksaminandens tankegang fremgår klart af besvarelsen. I bedømmelsen af helhedsindtrykket af besvarelsen af de enkelte opgaver lægges særlig vægt på følgende fire punkter:

- *Redegørelse og dokumentation for metode*

Besvarelsen skal indeholde en redegørelse for den anvendte løsningsstrategi med dokumentation i form af et passende antal mellemregninger eller matematiske forklaringer på metoden, når et matematisk værktøjsprogram anvendes.

- *Figurer, grafer og andre illustrationer*

Besvarelsen skal indeholde hensigtsmæssig brug af figurer, grafer og andre illustrationer, og der skal være tydelige henvisninger til brug af disse i den forklarende tekst.

- *Notation og layout*

Besvarelsen skal i overensstemmelse med god matematisk skik opstilles med hensigtsmæssig brug af symbolsprog. Hvis der anvendes matematisk notation, der ikke hører til standardviden, skal der redegøres for betydningen.

- *Formidling og forklaring*

Besvarelsen af rene matematikopgaver skal indeholde en angivelse af givne oplysninger og korte forklaringer knyttet til den anvendte løsningsstrategi beskrevet med brug af almindelig matematisk notation.

Besvarelsen af opgaver, der omhandler matematiske modeller, skal indeholde en kort præsentation af modellens kontekst, herunder betydning af modellens parametre. De enkelte delspørgsmål skal afsluttes med en præcis konklusion præsenteret i et klart sprog i relation til konteksten.

Delprøve 1: Kun med den centralt udmeldte formelsamling

Opgave 1 To funktioner f og g er bestemt ved

$$f(x) = x^2$$

$$g(x) = \frac{16}{x}, \quad x > 0.$$

(10 point)

a) Bestem $f(3)$ og $g(4)$

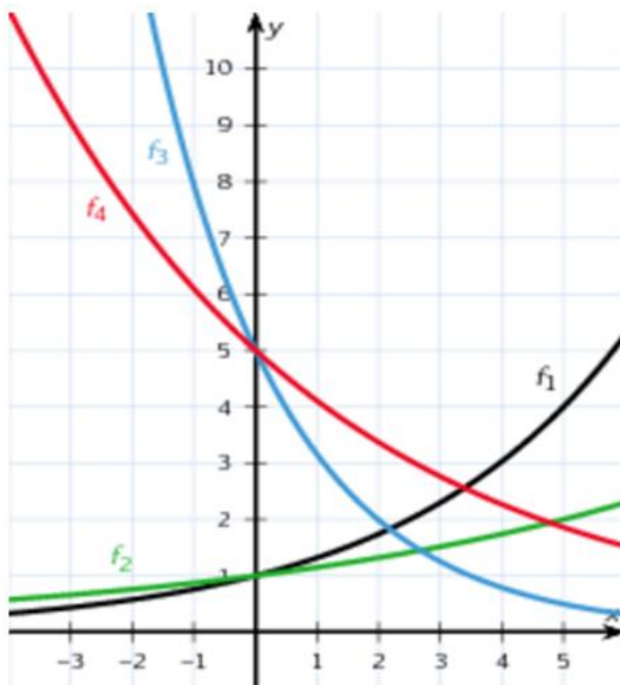
Opgave 2 En funktion f er givet ved

$$f(x) = \begin{cases} 2^x & 0 \leq x < 2 \\ -x + 6 & 2 \leq x \end{cases}$$

(10 point)

a) Undersøg om punktet $P(3, 8)$ ligger på grafen for f .

Opgave 3



Fire eksponentielle funktioner har grafer som vist i ovenstående koordinatsystem.

(5 point)

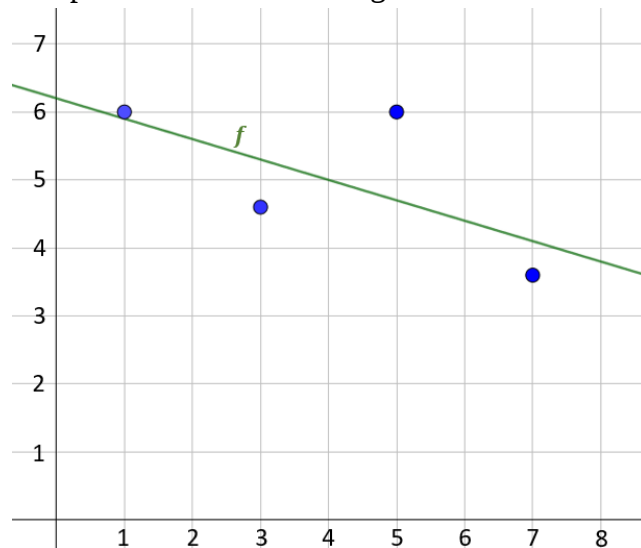
a) Hvad er b -værdien for funktionen f_3 .

(10 point)

b) Bestem fordoblingskonstanterne for de voksende funktioner f_1 og f_2 .

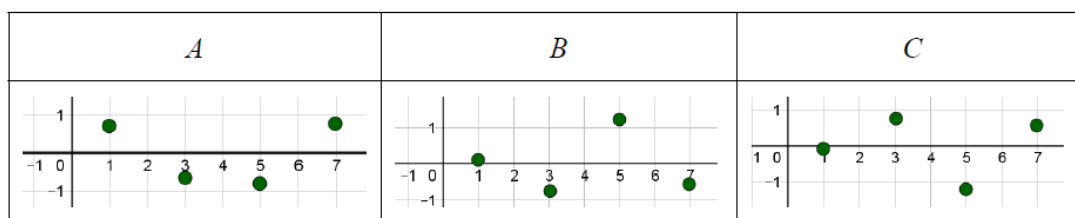
Opgave 4

På figuren ses 4 punkter fra et datasæt og en tilhørende lineær model f .



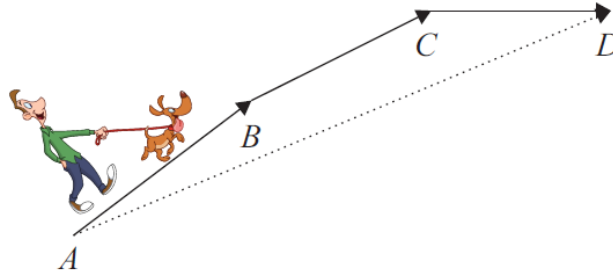
(10 point)

- a) Gør rede for hvilket af nedenstående residualplots, der beskriver sammenhængen mellem datasæt og modellen.



Opgave 5

En person følger på sin gåtur en rute fra punktet A til punktet D . Figuren viser en model af ruten.



I et koordinatsystem beskrives modellen af rutens dele ved vektorerne

$$\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} 5 \\ 3 \end{pmatrix}, \overrightarrow{BC} = \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \end{pmatrix} \text{ og } \overrightarrow{CD} = \begin{pmatrix} t \\ 0 \end{pmatrix}$$

, hvor t er et tal.

Personen kan lægge sin rute, så turen går direkte fra A til D , hvor $\overrightarrow{AD} = \begin{pmatrix} 14 \\ 5 \end{pmatrix}$.

(10 point)

a) Bestem t .

Opgave 6

(10 point)

a) Reducer udtrykket $2a \cdot (b + a) - b \cdot (2a + b)$

Opgave 7

I et koordinatsystem er givet to punkter $A(12, -10)$ og $B(2, 5)$ samt en vektor $\vec{a} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix}$.

(10 point)

a) Bestem $\overrightarrow{AB}$.

(5 point)

b) Bestem arealet af parallelogrammet udspændt af $\overrightarrow{AB}$ og $\vec{a}$.

Delprøve 2: Med alle hjælpemidler - opgave 8-13

Opgave 8



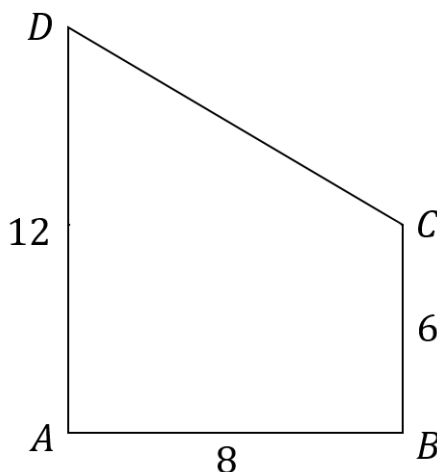
Foto: colourbox.dk

Et firma udlejer cykler. Prisen for at leje en cykel er 21 kr. i startgebyr og 0,35 kr. pr. minut i den periode, man lejer cyklen.

- (10 point) a) Opstil en model, som angiver den samlede pris (målt i kr.) for at leje en cykel som funktion af lejeperioden (målt i antal minutter). Beskriv, hvad de variable i modellen står for.
- (10 point) b) Bestem, hvor længe man kan leje cyklen for 50. kr.

Opgave 9

En indhegning har form som vist på figuren. Nogle af målene er angivet på figuren.



- (10 point) a) Tegn en model af indhegningen i et koordinatsystem, hvor koordinatsættet for punktet A er $A(0, 0)$.
- (10 point) b) Bestem koordinatsættene for vektorerne $\overrightarrow{CB}$ og $\overrightarrow{CD}$ i din model.
- (10 point) c) Bestem indhegningens omkreds.

Opgave 10 På en bestemt ø har man hvert år i en årrække udtaget en stikprøve blandt de lam, der skulle slagtes, og målt den gennemsnitlige slagtevægt for disse.

År	0	1	2	3	4	5	6
Gennemsnitlig slagtevægt (kg)	41,0	41,4	42,2	42,7	42,4	44,2	44,4

I en model kan udviklingen beskrives ved en lineær funktion

$$f(x) = a \cdot x + b,$$

hvor $f(x)$ betegner lammenes gennemsnitlige slagtevægt (målt i kg) til tidspunktet x (målt i år).

(10 point)

a) Bestem tallene a og b ved regression.

Opgave 11 Grafen for en eksponentialfunktion $f(x) = b \cdot a^x$ går gennem punkterne $A(-1, 320)$ og $B(3, 20)$.

(10 point)

a) Bestem konstanterne a og b i forskriften for f .

(5 point)

b) Opskriv forskriften for funktionen, og bestem $f(1)$.

(5 point)

c) Bestem halveringskonstanten.

Opgave 12 I en model kan udviklingen i det årlige antal nye lungekræfttilfælde blandt **mænd** i Danmark beskrives ved

$$m(x) = 2244 \cdot 0,99^x,$$

hvor $m(x)$ er det årlige antal nye lungekræfttilfælde til tidspunktet x (målt i antal år efter 2010).

Ifølge en opgørelse stiger det årlige antal af nye lungekræfttilfælde blandt **kvinder** i Danmark med 1,4% om året efter 2010. I 2010 var der 2030 nye tilfælde af lungekræft blandt kvinder i Danmark.

- (10 point) a) Indfør passende variable, og opstil en model, der beskriver udviklingen i det årlige antal nye lungekræfttilfælde blandt kvinder i Danmark.
- (10 point) b) Hvilket år vil antallet af nye lungekræfttilfælde for første gang være større for kvinder end for mænd ifølge modellen?

Opgave 13 I et koordinatsystem er to vektorer, $\vec{a}$ og $\vec{b}$, givet ved

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} t \\ -3 \end{pmatrix} \text{ og } \vec{b} = \begin{pmatrix} 5 \\ 2 + t \end{pmatrix}$$

- (10 point) a) Bestem skalarproduktet af de to vektorer, når $t = 2$.
- (10 point) b) Bestem tallet t , så vektorerne $\vec{a}$ og $\vec{b}$ er ortogonale.