# Bevis for den generelle løsning

**Vi vil her bevise at den generelle løsning til** $y^{'}=k⋅y$ **er** $f\left(x\right)=c⋅e^{k⋅x}, c\in R$**.**

### Opgave 1

Dvs. vi skal vise at $f^{'}\left(x\right)=k⋅f(x)$ er opfyldt hvis og kun hvis $f\left(x\right)=c⋅e^{k⋅x}, c\in R.$

Vi starter med at indføre funktionen $g\left(x\right)=f\left(x\right)⋅e^{-k⋅x}$ og antager at $f$ er en løsning til differentialligningen.

1. Bestem $g'(x)$ vha. produktreglen.
2. Vis vha. $f^{'}\left(x\right)=k⋅f(x)$ at $g^{'}\left(x\right)=0$.

Vi ved fra monotonisætningen at differentialligningen $g^{'}\left(x\right)=0$ har den generelle løsning
$g\left(x\right)=c, c\in R$.

1. Vi har nu $f\left(x\right)⋅e^{-k⋅x}=c$. Isolér til sidst $f\left(x\right)$.

### Opgave 2 (valgfri)

Bevis at den generelle løsning til$y^{'}=b-a⋅y, a\ne 0$*,* er$f\left(x\right)=\frac{b}{a}+c⋅e^{-a⋅x}, c\in R$*.*
*Tip 1: omskriv differentialligningen til* $f'(x)=-a⋅\left(f(x)-\frac{b}{a}\right)$*.
Tip 2: indfør* $g\left(x\right)=f\left(x\right)-\frac{b}{a} $ *og vis at differentialligningen kan omskrives til* $g^{'}\left(x\right)=-a⋅g(x)$*.
Tip 3: brug opgave 1.*