Bevis for at middelværdien af standardnormalfordelingen er 0

# Sætning

Middelværdien for standardnormalfordelingen er 0.

# Formler og definitioner (må bruges uden yderligere kommentarer)

Middelværdien for kontinuerte fordelinger er givet ved , hvor er tæthedsfunktionen.

Note: Det svarer til formlen for middelværdien for diskrete fordelinger: .

Vi får brug for at udregne et uegentligt integral, altså et integral hvor en eller begge grænser er eller . Et uegentligt integral er bestemt som grænseværdien for det tilsvarende egentlige integral når grænsen går mod uendelig:

# Bevis

For standardnormalfordelingen er tæthedsfunktionen

I det følgende er det denne funktion vi betegner med .

Vi ønsker at udregne middelværdien for , altså

Det krævet at vi finder en stamfunktion til . Det viser sig at være smart at undersøge , så vi differentierer vha. kædereglen:

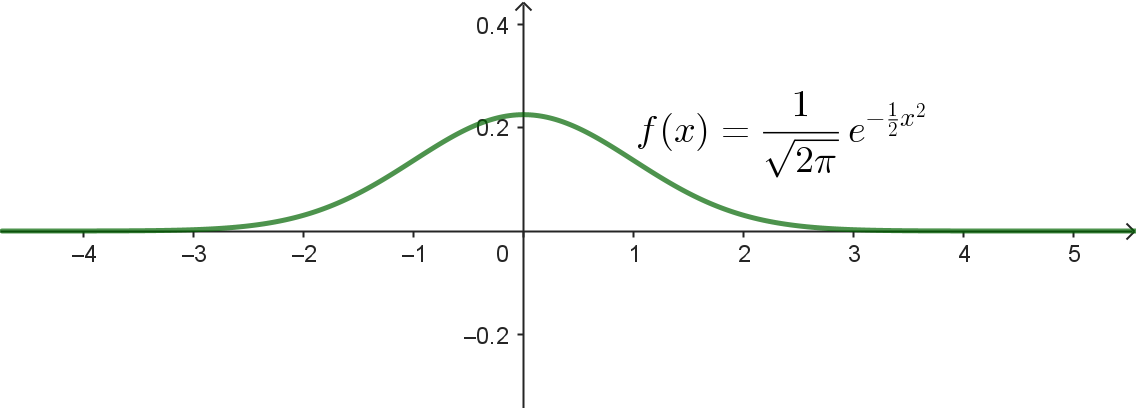
Dvs. at , og dermed at .

Dermed har vi at er en stamfunktion til .

Det bruger vi til at udregne middelværdien for standardnormalfordelingen:

|  |  |
| --- | --- |
|  | Middelværdien for |
|  | Definition af uegentligt integral |
|  | er en stamfunktion til |
|  | Udregning af bestemt integral |
|  | Regneregler for grænseværdier (da begge grænseværdier er tal) |
|  | Da x-aksen er asymptote til i begge retning (se nedenfor).  Sidste lighedtegn er bare udregning. |

Note: og fordi grænseværdien for tæthedsfunktionen for normalfordelingen når er 0. Husk på at grafen for tæthedsfunktionen har x-aksen som asymptote i begge retninger:



Og hvis når , må også gå mod 0.