# Kontinuert og differentiabel

### Kontinuert

$f$ er kontinuert i $x\_{0}$ hvis

$$\lim\_{h\to 0}f\left(x\_{0}+h\right)=f(x\_{0})$$

### Differentiabel

$f$ er differentiabel i $x\_{0}$ hvis grænseværdien nedenfor eksisterer:

$$\lim\_{h\to 0}\frac{f\left(x\_{0}+h\right)-f(x\_{0})}{h}$$

I kan læse mere om kontinuert og differentiabel i Vejen til Matematik A2 s. 60-64.

### Opgave 1

Afgør om funktionerne nedenfor er kontinuerte og differentiable ved at tegne dem.

1. $f\left(x\right)=\left\{\begin{matrix}x^{2}, x\leq 2\\2x-1, x>2\end{matrix}\right.$
2. $g\left(x\right)=\left\{\begin{matrix}-3x^{2}+6, x\leq 1\\-x^{2}+4, x>1\end{matrix}\right.$
3. $h\left(x\right)=\left\{\begin{matrix}\sin(\left(x\right)), x\leq 0\\e^{x}-1, x>0\end{matrix}\right.$

*Tip:*

*Her skal vi se på hvordan man tegner stykvise funktioner. Vi starter med Maple, og til højre ses et eksempel på hvordan man gør vha. skabelonen som ligger i paletten Expression:* 

*I GeoGebra gør man det vha. kommandoen* *Hvis*:


### Opgave 2

Afgør i hånden om funktionerne fra opgave 1 er kontinuerte og differentiable.

### Opgave 3 (valgfri)

Afgør i hånden om funktionen nedenfor er differentiabel for $x=0$.

1. $f\left(x\right)=|x|$

*Tip: start med at skrive funktionen op som en stykvis funktion.*

### Middelværdisætningen

Givet en funktion $f$ som er kontinuert på intervallet $a\leq x\leq b$ og differentiabel på intervallet $a<x<b$. Så eksisterer der $x\_{0}$ hvor $a<x\_{0}<b$ således at

$$f^{'}\left(x\_{0}\right)=\frac{f\left(b\right)-f(a)}{b-a}$$

På højresiden har vi hældningen af linjen mellem $\left(a,f\left(a\right)\right)$ og $\left(b,f\left(b\right)\right)$. Middelværdisætningen siger dermed at der findes $x\_{0}$ således at tangenthældningen i $x\_{0}$ er lig med sekanthældningen mellem $a$ og $b$.