# Monotonisætningen

En funktion kaldes *voksende* hvis medfører , *aftagende* hvis medfører og *konstant* hvis medfører .

### Monotonisætningen

Givet en funktion som er kontinuert på intervallet og differentiabel på intervallet .

* Så er voksende på hvis og kun hvis på intervallet .
* Så er aftagende på hvis og kun hvis på intervallet .
* Så er konstant på hvis og kun hvis på intervallet .

**Bevis for første del**  
Vi starter med at vise at voksende medfører at for .   
Vi har at

Idet er voksende, så har vi at for . Dermed har vi at

Det samme kan vises for   
Hvis alle tallene i en følge er positive eller nul så bliver grænseværdien også positiv eller nul. Dermed har vi at .

Vi viser nu at medfører at .

Til det skal vi bruge middelværdisætningen:

*Givet en funktion som er kontinuert på intervallet og differentiabel på intervallet  
. Så eksisterer der hvor således at*

Idet , så har vi at

Hvilket medfører at . Tilsvarende kan man for alle par af -værdier, , vise at . Dermed har vi at er voksende.

### Opgave 1

Bevis den sidste del af monotonisætningen:

Givet en funktion som er kontinuert på intervallet og differentiabel på intervallet .

Så er konstant på hvis og kun hvis på intervallet .