Bevis for middelværdi og spredning for en binomialfordelt stokastisk variabel

# Sætning

Hvis den stokastiske variabel er binomialfordelt med antalsparameteren og sandsynlighedsparameteren , altså , så er

# Definitioner og regneregler

Disse formler og regneregler gælder generelt, og ikke kun for binomialfordelte stokastiske variable.

Middelværdi for en stokastisk variabel :

Husk at er et sumtegn, og at

Variansen for en stokastisk variabel :

I beviset får vi brug for to regneregler for stokastiske variable:

hvor er middelværdien for og er variansen for . Husk at spredningen for er .

# Bevis

Vi indfører en stokastisk variabel , som har to udfald og . Sandsynlighedstabellen for er:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |
|  |  |  |

## Bemærkning om B (kun definitionen af X som sum af B-variable skrives på tavlen, resten forklares mundtligt)

er en stokastiske variabel, som har to udfald, hvor det ene har sandsynligheden . svarer til en enkelt gentagelse af basisforsøget i et binomialforsøg, hvor udfaldet 1 svarer til succes. Når man udfører gentagelser af basisforsøget svarer det til at lægge stokastiske variable sammen, hvorved man får den stokastiske variabel :

Da alle succeserne er 1 og fiaskoerne er 0 vil summen af -variable give antallet af succeser. Hvis man fx har 5 succeser og 3 fiaskoer vil 5 af B’erne give 1 og resten vil give 0. Når man lægger det sammen får man 5, hvilket netop var antallet af succeser.

## Tilbage til beviset

Vi beregner middelværdi og varians for ud fra definitionerne:

I andet led bruges 2. kvadratsætning

Der ganges ind i parenteserne

p sættes uden for parentes

Husk at jf. ovenstående bemærkning.

Ud fra denne definition og ovenstående værdier for og kan vi beregne middelværdi og varians for vha. de to regneregler:

Definitionen af X

Regnereglen

Da

Definitionen af X

Regnereglen

Da

Da spredningen generelt defineres som må spredningen for være

Dermed er det ønskede bevist.