Arbejdsseddel: Tangentligning med $f^{'}\left(x\right)$

KBJ, august 2024 2s Ma

**Teori:**

En tangent er en ret linje og har derfor en ligning på formen $y=a·x+b$, hvor $a$ er hældningen.
Hvis tangentens røringspunkt hedder $P\left(x\_{0},f\left(x\_{0}\right)\right)$ ved vi, at tangenten har hældningen $a=f^{'}\left(x\_{0}\right)$.
Endvidere ved vi at røringspunktet $\left(x\_{0},f\left(x\_{0}\right)\right)$ ligger på tangenten. Vi kan således med den såkaldte et-punkts-formel (nr. 65 i formelsamlingen) få udtrykket:

$$y=f^{'}\left(x\_{0}\right)·\left(x-x\_{0}\right)+f\left(x\_{0}\right)$$

Denne formel (nr. 121 i formelsamlingen) kaldes *formlen for tangentens ligning*.

Hvis $f^{'}\left(x\right)$ i Nspire er defineret som $fm\left(x\right)$, kan formlen for tangentens ligning for $x=2$ tastes:

$$y=fm\left(2\right)·\left(x-2\right)+f(2)$$

**Opgave 1**

En funktion $f$ er bestemt ved $f\left(x\right)=x^{2}+7x-10$

1. Benyt $f^{'}$ til at bestemme en ligning for tangenten til grafen for $f$, med røringspunkt $P\left(1,f\left(1\right)\right)$.
2. Grafen for $f$ har en tangent med hældning $16$. Bestem en ligning for denne tangent.

**Opgave 2**

En funktion $f$ er bestemt ved $f\left(x\right)=x^{3}-2·x^{2}+5x-8$

1. Benyt $f^{'}$ til at bestemme en ligning for tangenten til grafen for $f$, med røringspunkt $P\left(1,f\left(1\right)\right)$.
2. Tegn grafen for $f$ sammen med tangenten til punktet $P$ i et koordinatsystem.
3. Bestem førstekoordinaten til de to punkter på grafen for $f$, som er røringspunkter for tangenter med hældningstallet $9$.

**Opgave 3**

En funktion $f$ er bestemt ved $f\left(x\right)=2·1,5^{x}$

1. Bestem en ligning for tangenten $t\_{1}$ til grafen for $f$, med røringspunkt $P\left(3,f\left(3\right)\right)$.
2. Bestem en ligning for tangenten $t\_{2}$ til grafen for $f$, med røringspunkt $P\left(-3,f\left(-3\right)\right)$.
3. Tegn grafen for $f$ i samme koordinatsystem som tangenterne $t\_{1}$ og $t\_{2}$.

**Opgave 4**

En funktion $f$ er bestemt ved $f\left(x\right)=-0,5·x^{2}+2·x+4$.

1. Grafen for $f$ har to tangenter $t\_{1}$ og $t\_{2}$ med røringspunkterne $P\left(1,f\left(1\right)\right)$ og $Q\left(4,f\left(4\right)\right)$. Bestem skæringspunktet mellem $t\_{1}$ og $t\_{2}$.
2. Bestem en ligning for tangenten $t\_{3}$ til grafen for $f$ med røringspunkt $P\left(2,f\left(2\right)\right)$.
3. Tegn grafen for $f$ sammen med $t\_{3}$ i samme koordinatsystem.

**Opgave 5**

En funktion $f$ er bestemt ved $f\left(x\right)=x^{3}-9x^{2}+24x-17$

1. Bestem en ligning for tangenten $t\_{1}$ til grafen for $f$, med røringspunkt $P\left(2,f\left(2\right)\right)$.
2. Bestem en ligning for tangenten $t\_{2}$ til grafen for $f$, med røringspunkt $P\left(4,f\left(4\right)\right)$.
3. Tegn grafen for $f$ i samme koordinatsystem som $t\_{1}$ og $t\_{2}$.
4. Overvej ud fra tegning og ligninger hvilken sammenhæng der kan være mellem et toppunkt og værdien for $f^{'}\left(x\right)$.
5. Opstil en ligning til at bestemme mulige toppunkter for $f$, og løs denne ligning med Nspire.
6. Bestem ligninger for tangenter til grafen for $f$ med røringspunkter i $x=1$, $x=3$ og $x=5$. Hvilken sammenhæng kan man se mellem disse tre tangenter og monotoniforholdene for $f$?