Arbejdsseddel: Introduktion til vektorregning

CGE, september 2023 2u MA

**Opgave 1**

En vektor er givet $\vec{a}=\left(\begin{array}{c}6\\8\end{array}\right)$

1. Bestem længden af vektoren $\left|\vec{a}\right|$
2. Tegn tre repræsentanter for vektoren på figuren til højre.

**Opgave 2**

To vektorer er givet ved $\vec{a}=\left(\begin{array}{c}3\\-4\end{array}\right)$ og $ \vec{b}=\left(\begin{array}{c}-5\\12\end{array}\right)$.

1. Bestem længden af de to vektorer $\left|\vec{a}\right|$ og $\left|\vec{b}\right|$.
2. Tegn repræsentanter for hver af de to vektorer i koordinatsystemet, samt for vektoren $\vec{a}+\vec{b}$.
3. Beregn koordinatsæt for $\vec{a}+\vec{b}$ og tæl på tegningen, at det passer.

**Opgave 3: Modsat vektor**

En særlig vektor er ”nulvektoren” som har koordinatsættet $\vec{o}=\left(\begin{array}{c}0\\0\end{array}\right)$.

Den modsatte vektor til $\vec{a}=\left(\begin{array}{c}a\_{1}\\a\_{2}\end{array}\right)$ kaldes $-\vec{a}$ og har som egenskab at $\vec{a}+\left(-\vec{a}\right)=\vec{o}$.

1. Bestem koordinatsæt for $-\vec{a}$.

**Opgave 4: Vektordifferens**

Differensen mellem to vektorer $\vec{a}=\left(\begin{array}{c}a\_{1}\\a\_{1}\end{array}\right)$ og $\vec{b}=\left(\begin{array}{c}b\_{1}\\b\_{2}\end{array}\right)$ er pr. definition: $\vec{a}-\vec{b}=\vec{a}+\left(-\vec{b}\right)$.

1. Bestem en formel for koordinaterne for $\vec{a}-\vec{b}$.
2. Vis at vektordifferens geometrisk kan fortolkes som vist på figuren.

**Opgave 5**

To vektorer er bestemt ved $\vec{a}=\left(\begin{array}{c}2\\6\end{array}\right)$ og $\vec{b}=\left(\begin{array}{c}5\\2\end{array}\right)$.

1. Tegn repræsentatner for de to vektorer i koordinatsystemet til højre, ud fra samme punkt. Brug tegningen til at konstruere vektoren $\vec{a}-\vec{b}$.
2. Bestem vektorlængden $\left|\vec{a}-\vec{b}\right|$.

**Opgave 6: Tal gange vektor**

For tallet $k$ og vektoren $\vec{a}=\left(\begin{array}{c}a\_{1}\\a\_{2}\end{array}\right)$, kan vektoren $k·\vec{a}$ bestemmes ved formlen $k·\vec{a}=\left(\begin{array}{c}k·a\_{1}\\k·a\_{2}\end{array}\right)$.

1. Bestem et udtryk for vektorlængden $\left|k·\vec{a}\right|$, udtrykt ved $\left|\vec{a}\right|$.
2. Overvej hvad den grafiske sammenhæng mellem $\vec{a}$ og $k·\vec{a}$ er.
3. Inddrag begreberne *ensrettet*, *modsatrettet* og *parallel* i betydningen af $k·\vec{a}$.
4. Bestem for $\vec{a}=\left(\begin{array}{c}-3\\7\end{array}\right)$ og $k=2$, koordinatsæt for $k·\vec{a}$. Bestem endvidere $-5·\vec{a}$ og $\frac{1}{2}·\vec{a}$.

**Opgave 7**

Hvis en vektor $\vec{a}$ er parallel med en vektor $\vec{b}$, skriver vi $\vec{a}∥\vec{b}$.
Der gælder da at der findes et tal $k$, således at $\vec{a}=k·\vec{b}$.

1. Det gælder for $\vec{a}=\left(\begin{array}{c}7\\-12\end{array}\right)$ og $\vec{b}=\left(\begin{array}{c}49\\-84\end{array}\right)$ at $\vec{a}∥\vec{b}$. Bestem $k$ så $\vec{b}=k·\vec{a}$.
2. Vis at vektorerne $\vec{a}=\left(\begin{array}{c}6\\13\end{array}\right)$ og $\vec{b}=\left(\begin{array}{c}36\\65\end{array}\right)$ ikke er parallelle.
3. Undersøg om vektorerne $\vec{a}=\left(\begin{array}{c}26\\32\end{array}\right)$ og $\vec{b}=\left(\begin{array}{c}65\\80\end{array}\right)$ er parallelle.

**Opgave 8**

Givet er vektorerne $\vec{a}=\left(\begin{array}{c}1\\5\end{array}\right)$, $\vec{b}=\left(\begin{array}{c}-2\\3\end{array}\right)$ og $\vec{c}=\left(\begin{array}{c}-10\\7\end{array}\right)$.

1. Bestem $\vec{a}+\vec{b}$
2. Bestem $\left|\vec{c}\right|$
3. Bestem $2·\vec{b}$
4. Bestem $\vec{b}-\vec{c}$
5. Bestem $3·\vec{a}-2·\vec{b}$
6. Bestem $4·\left(\vec{a}+\vec{b}\right)+2·\vec{c}$
7. Bestem $\left|\vec{a}+\vec{c}\right|$
8. Bestem $\frac{1}{2}·\vec{c}+\frac{3}{2}·\vec{a}-\frac{5}{2}·\vec{b}$

**Opgave 9**

Givet er vektorerne $\vec{a}=\left(\begin{array}{c}84\\-13\end{array}\right)$ og $\vec{b}=\left(\begin{array}{c}-28\\45\end{array}\right)$

1. Bestem $\left|\vec{a}\right|$ og $\left|\vec{b}\right|$.
2. Bestem $17·\vec{a}+31·\vec{b}$.