Arbejdsseddel: Polynomier generelt

KBJ, marts 2025 2s Ma

Vi skal arbejde med dette spørgsmål:

**6. Polynomier og differentialregning**

Forklar om polynomier, herunder særligt om sammenhæng mellem grad og egenskaber.

Giv et bevis for sammenhængen mellem et polynomiums grad og maksimale antal nulpunkter og toppunkter.

**Opgave 1:**

Hvad betyder et polynomiums grad (forskrift) og hvad kan man sige om dets egenskaber ud fra dets grad (graf, nulpunkter og toppunkter). Fokus på den forklarende del (rød tekst).

Se evt. denne (desværre lidt lange - 28,5 minutter) introduktion (link på modul i Lectio): <https://www.youtube.com/watch?v=JJ-kvwwjuB4>

**Opgave 2:**

Hvordan skal man gennemføre beviset i den redegørende del (grøn tekst)?
Følg underspørgsmålene:

1. Argumentér for, at hvis $f$ er et polynomium af grad $n+1$, så er $f'$ også et polynomium, men af grad $n$.
2. Argumentér for, at hvis et polynomium af grad $n$ højest har $n$ nulpunkter, så har et polynomium af grad $n+1$ højest $n$ toppunkter. Udnyt pointen i spørgsmål a).
3. Argumentér for, at hvis et polynomium af grad $n+1$ højest har $n$ toppunkter, så har det højest $n+1$ nulpunkter.
4. Argumentér for, at et polynomium af grad $1$ højest har $1$ nulpunkt, og konkludér herefter ud fra spørgsmål b og c, hvor mange top- og nulpunkter et andengradspolynomium højest har… brug dette til tilsvarende at konkludere for det maksimuale antal top- og nulpunkter for et tredjegradspolynomium, og derefter videre til polynomier af grad 4, 5, 6, osv.