Arbejdsseddel: Fra væksthastighed til vækst

KBJ, november 2023 2u MA

**GRUPPER:**

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **Gruppe 1**LasseFrederikEllinorBeatriz | **Gruppe 2**SofiaMübremEmilDaniel | **Gruppe 3**ZakariasMichaelAmanda | **Gruppe 4**HannahTobiasLiva | **Gruppe 5**Jonathan M.ReginaJohan |
| **Gruppe 6** JacobKasperTobias N.S. | **Gruppe 7**LindsayAyunaLilav | **Gruppe 8**EliasCecilieLinn | **Gruppe 9**RuneJonathan L.A.Aimée |  |

**Opgave 1**

Vi betragter en funktion $T(x)$, som beskriver temperaturen af en kop nybrygget kaffe. $T$ måles i grader celcius ($℃$) og $x$ måles i minutter.

Vi kender ikke en forskrift for $T$, men vi ved at væksthastigheden $T^{'}$ afhænger af temperaturen. Denne afhængighed kan beskrives ved en såkaldt *differentialligning*:

$$T^{'}=2-0,1·T$$

Det oplyses at den nybryggede kaffe, dvs. til tiden $x=0$, har temperaturen $95℃$.

1. Bestem væksthastigheden af temperaturen for den nybryggede kaffe. Diskutér hvad denne værdi fortæller konkret om temperaturudviklingen. Inddrag den enhed som $T'$ måles i.
2. Benyt differentialligningen til at vurdere, hvilken kaffe-temperatur der vil resultere i at temperaturen ikke ændrer sig.
3. Benyt resultatet i spørgsmål a til at give et bud på temperaturen af kaffen efter 1 minut.
4. Giv bud på temperaturen af kaffen efter 2, 3, 4, 5, 10 og 20 minutter.
5. Diskutér styrker og svagheder ved jeres beregning i spørgsmål d. Virker det i har lavet præcist? Giver det problemer i forhold til svaret i spm. b? Diskutér hvordan jeres metode kan forbedres?
6. Prøv om i med et regneark kunne lave tilpas mange punkter til at danne en kurve der beskriver den tidslige udvikling i kaffens temperatur. Vurdér hvornår temperaturen ikke falder mere?

**Opgave 2**

Udviklingen i et radioaktivt materiale kan beskrives ved en funktion $m\left(t\right)$, hvor $m$ angiver massen af det radioaktive materiale (målt i gram), og $t$ angiver tiden (malt i timer).

Det oplyses at det radioaktive materiale til tidspunktet $t=0$ har en masse på 100 gram, samt at væksthastigheden i materialet kan beskrives ved differentialligningen:

$$m'=-0,2·m$$

1. Bestem væksthastigheden til tidspunktet $t=0$.
2. Bestem mængden af radioaktivt materiale efter 1 time, 2 timer, 3 timer, 10 timer.
3. Lav (mange) punkter til en kurve der beskriver den tidslige udvikling.
4. Det vurderes at stoffet er ufarligt i mængder mindre end 1 gram. Hvor lang tid går der, før stoffet er ufarligt?
5. Hvornår vurderer I, at det radioaktive materiale er helt væk?
6. Vurdér ud fra kurven, om massen har en fast halveringstid.

**Opgave 3**

Antallet af individer i en population af kaniner på en ø kan beskrives ved funktionen $N\left(t\right)$, hvor $N$ angiver antallet af kaniner til tidspunktet $t$ (målt i år). Det oplyses at væksten i antallet af kaniner kan beskrives ved differentialligningen

$$N^{'}=0,0001·N·\left(2000-N\right)$$

Det oplyses at der til tiden $t=0$ blev sat 100 kaniner ud på øen.

1. Hvad er væksthastigheden i antallet af kaniner lige når de sættes ud?
2. Overvej hvilke populationsstørrelser på øen, der vil føre til at populationsstørrelsen ikke ændrer sig. Diskutér om svaret virker meningsfuldt.
3. Overvej ud fra differentialligningen hvad der vil ske ved populationsstørrelser rundt om de svar I fandt i spørgsmål b).
4. Lav (mange) punkter til en kurve der beskriver udviklingen i antallet af kaniner på øen.
5. Hvad sker der med størrelsen af populationen efter ”lang tid”?