Arbejdsseddel: Stokastiske variable

KBJ, februar 2024 2u MA

**Opgave 1**

En stokastisk variabel *X* er givet med følgende sandsynlighedsfordeling:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| $$t$$ | 0 | 4 | 9 |
| $$P(X=t)$$ | $$\frac{1}{6}$$ | $$\frac{1}{2}$$ | $$\frac{1}{3}$$ |

Bestem middelværdi og spredning for $X$.

**Opgave 2**

En stokastisk variabel *X* er givet med følgende sandsynslighedsfordeling:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| $$t$$ | 1 | 10 | 100 | 1000 |
| $$P(X=t)$$ | 0,49 | $$a$$ | 0,19 | 0,03 |

Bestem tallet $a$ og beregn middelværdien for $X$.

 **Opgave 3**

En stokastisk variabel $X$ er givet med følgende sandsynlighedsfordeling:

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| $$t$$ | 0 | 2 | 4 | 6 | 8 | 10 |
| $$P\left(X=t\right)$$ | 0,1 | $$a$$ | 0,3 | 0,1 | $$2a$$ | 0,2 |

Bestem tallet $a$. Bestem sandsynligheden for hændelsen $P(X>5)$.

**Opgave 4**

En stokastisk variabel $X$ angiver sandsynligheden for en bestemt karakter ved en eksamen:

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| $$t$$ | -3 | 0 | 2 | 4 | 7 | 10 | 12 |
| $$P\left(X=t\right)$$ | 0,02 | 0,13 | 0,08 | 0,21 | 0,27 | 0,19 | 0,10 |

Bestem sandsynligheden for $P(X>0)$ og $P(X\geq 10)$. Hvilken gennemsnitskarakter kan forventes?

**Opgave 5**

Forestil jer følgende spil: Det koster 4 kr. at spille én gang. Spillet består i at I slår med en almindelig ærlig seks-siders terning og man vinder altid det beløb som terningen viser (f.eks. vinder man 3 kr. hvis man slår en 3’er).

* Kan det betale sig at spille dette spil?
Hint! Opfat udfaldet af et terningslag som en *stokastisk variabel X*, der kan antage værdierne 1, 2, 3, 4, 5 og 6 hver med sandsynligheden 1/6. Beregn middelværdien $μ(X)$.
* Kan det betale sig at spille spillet hvis prisen for et spil er 3 kr.? 3,50 kr.?

**Opgave 6**

Forestil jer et spil som i opgave 6, men nu med to terninger. Når man spiller vinder man altid et beløb svarende til øjensummen ved slaget. Hvis I skulle udbyde et spil af denne art i forbindelse med at I rejste penge til en studietur, hvad skulle et spil så koste, når I forventer at der vil blive spillet 1000 gange og I ønsker at tjene 1500 kr. på spillet? Ville folk mon spille spillet?

Hvor meget kunne I tjene, hvis I solgte spillene i pakker af 20 slag for 150 kr.?

**Opgave 7**Her er et odds på en fodboldkamp:



1. Beregn spildudbyderens underlæggende sandsynlighedsmodel for de givne odds og udfyld følgende tabel for sandsynlighederne for et spil hvor man satser 100 kr. på hvert udfald:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Gevinst ($t)$: | 140 | 500 | 750 |
| Sandsynlighed ($P(X=t)$): |  |  |  |

1. Beregn middelværdien $μ(X)$ og forklar hvad det siger om udbyderens fortjeneste.