Arbejdsseddel: Polynomier

KBJ, april 2024 1s Ma

Her er lidt teori om polynomier mere generelt.

Det arbejde I skal lave starter på side 2.

**Definition:**

Et polynomium af grad $n$ er en funktion med følgende forskrift:

$$f\left(x\right)=a\_{n}·x^{n}+a\_{n-1}·x^{n-1}+…+a\_{2}·x^{2}+a\_{1}·x+a\_{0} , k\_{n}\ne 0$$

Hvor det gælder at $a\_{n},a\_{n-1},…,a\_{2},a\_{1},a\_{0}$ er tal, mens $x$ er en ubekendt.

 **Generelle eksempler:**

Et førstegradspolynomium har forskrift af typen: $f\left(x\right)=a∙x+b$

Et andengradspolynomium har forskrift af typen: $f\left(x\right)=a∙x^{2}+b∙x+c$

Et tredjegradspolynomium har forskrift af typen: $f\left(x\right)=a∙x^{3}+b∙x^{2}+c∙x+d$

Et fjerdegradspolynomium har forskrift af typen: $f\left(x\right)=a∙x^{4}+b∙x^{3}+c∙x^{2}+d∙x+e$

 **Konkrete eksempler:**

Funktionen $f\left(x\right)=3x^{3}-2x^{2}+x-4$ er et tredjegradspolynomium.

Funktionen $f\left(x\right)=x^{4}-3x^{2}+6x^{2}-14x+9$ er et fjerdegradspolynomium.

Funktionen $f\left(x\right)=2x^{6}-3x^{3}+2x-4$ er et sjettegradspolynomium.

Funktionen $f\left(x\right)=x^{17}-10$ er et syttendegradspolynomium.

**ARBEJDE I LØBET AF MODULET:**

**Mål 1:**

Målet med undersøgelsen er at få udfyldt følgende skema:

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Grad | $$1$$ | $$2$$ | $$3$$ | $$4$$ | $$5$$ | $$6$$ | $$n$$ |
| Max antal nulpunkter | $$1$$ | $$2$$ |  |  |  |  |  |
| Max antal topunkter | $$0$$ | $$1$$ |  |  |  |  |  |

**Mål 2:**

Følgende sætninger om *polynomier af grad n* skal færdigformuleres:

Hvis $n$ er *ulige* kan polynomiet have fra … til … nulpunkter.

Hvis $n$ af *lige* kan polynomiet have fra … til … nulpunkter.

Hvis $n$ er *ulige*, kan polynomiet have følgende antal toppunkter:

Hvis $n$ er *lige*, kan polynomiet have følgende antal toppunkter:

**Opgave 1**

Åbn Lectio-filen ”Nspire.tns” fra modulet i Lectio. Find opgave 1.

I opgave 1 undersøges de mest simple polynomier på formen: $f\left(x\right)=x^{n}$

Undersøg ved at variere $n$, hvad *graden* af polynomiet betyder for grafen.

Færdiggør følgende udsagn om måden grafen vokser og/eller aftager på:

1. Jo større $n$ er, jo…
2. Hvis $n$ er *ulige*, så…
3. Hvis $n$ er *lige*, så…

**Opgave 2**

Gå til opgave 2 i Nspire-filen.

Nu skal du undersøge polynomier af grad 3: $f\left(x\right)=a∙x^{3}+b∙x^{2}+c∙x+d$

Ved at variere på værdier af $a$, $b$, $c$ og $d$ skal du udfylde nedenstående skema ved at sætte kryds ved de kombinationer af antal nul- og toppunkter, som du kan lave:

|  |
| --- |
| **Mulige antal nul- og toppunkter for polynomium af grad 3** |
| Antal toppunkter $\rightarrow $Antal nulpunkter $\downright $ | $$0$$ | $$1$$ | $$2$$ | $$3$$ | $$4$$ | $$5$$ | $$6$$ | $$7$$ |
| $$0$$ |  |  |  |  |  |  |  |  |
| $$1$$ |  |  |  |  |  |  |  |  |
| $$2$$ |  |  |  |  |  |  |  |  |
| $$3$$ |  |  |  |  |  |  |  |  |
| $$4$$ |  |  |  |  |  |  |  |  |
| $$5$$ |  |  |  |  |  |  |  |  |
| $$6$$ |  |  |  |  |  |  |  |  |
| $$7$$ |  |  |  |  |  |  |  |  |

Hvilken ligning har tangenten til grafen for $f$ i skæring med $y$-aksen: $y=$

**Opgave 3**

Gå til opgave 3 i Nspire-filen.

Nu skal du undersøge polynomier af grad 4: $f\left(x\right)=a∙x^{4}+b∙x^{3}+c∙x^{2}+d∙x+e$

Ved at variere på værdier af $a$, $b$, $c$, $d$ og $e$ skal du udfylde nedenstående skema ved at sætte kryds ved de kombinationer af antal nul- og toppunkter, som du kan lave:

|  |
| --- |
| **Mulige antal nul- og toppunkter for polynomium af grad 4** |
| Antal toppunkter $\rightarrow $Antal nulpunkter $\downright $ | $$0$$ | $$1$$ | $$2$$ | $$3$$ | $$4$$ | $$5$$ | $$6$$ | $$7$$ |
| $$0$$ |  |  |  |  |  |  |  |  |
| $$1$$ |  |  |  |  |  |  |  |  |
| $$2$$ |  |  |  |  |  |  |  |  |
| $$3$$ |  |  |  |  |  |  |  |  |
| $$4$$ |  |  |  |  |  |  |  |  |
| $$5$$ |  |  |  |  |  |  |  |  |
| $$6$$ |  |  |  |  |  |  |  |  |
| $$7$$ |  |  |  |  |  |  |  |  |

Hvilken ligning har tangenten til grafen for $f$ i skæring med $y$-aksen: $y=$

**Opgave 4**

Gå til opgave 4 i Nspire-filen. Vi springer koefficientnavnet $f$ over, da det er navnet på funktionen.

Nu skal du undersøge polynomier af grad 5: $f\left(x\right)=a∙x^{5}+b∙x^{4}+c∙x^{3}+d∙x^{2}+e∙x+g$

Ved at variere på værdier af $a$, $b$, $c$, $d$, $e$ og $h$ skal du udfylde nedenstående skema ved at sætte kryds ved de kombinationer af antal nul- og toppunkter, som du kan lave:

|  |
| --- |
| **Mulige antal nul- og toppunkter for polynomium af grad 5** |
| Antal toppunkter $\rightarrow $Antal nulpunkter $\downright $ | $$0$$ | $$1$$ | $$2$$ | $$3$$ | $$4$$ | $$5$$ | $$6$$ | $$7$$ |
| $$0$$ |  |  |  |  |  |  |  |  |
| $$1$$ |  |  |  |  |  |  |  |  |
| $$2$$ |  |  |  |  |  |  |  |  |
| $$3$$ |  |  |  |  |  |  |  |  |
| $$4$$ |  |  |  |  |  |  |  |  |
| $$5$$ |  |  |  |  |  |  |  |  |
| $$6$$ |  |  |  |  |  |  |  |  |
| $$7$$ |  |  |  |  |  |  |  |  |

Hvilken ligning har tangenten til grafen for $f$ i skæring med $y$-aksen: $y=$

**Opgave 5**

Gå til opgave 5 i Nspire-filen.

Nu skal du undersøge polynomier af grad 6:
$$f\left(x\right)=a∙x^{6}+b∙x^{5}+c∙x^{4}+d∙x^{3}+e∙x^{2}+g∙x+h$$

Ved at variere på værdier af $a$, $b$, $c$, $d$, $e$, $h$ og $g$ skal du udfylde nedenstående skema ved at sætte kryds ved de kombinationer af antal nul- og toppunkter, som du kan lave:

|  |
| --- |
| **Mulige antal nul- og toppunkter for polynomium af grad 6** |
| Antal toppunkter $\rightarrow $Antal nulpunkter $\downright $ | $$0$$ | $$1$$ | $$2$$ | $$3$$ | $$4$$ | $$5$$ | $$6$$ | $$7$$ |
| $$0$$ |  |  |  |  |  |  |  |  |
| $$1$$ |  |  |  |  |  |  |  |  |
| $$2$$ |  |  |  |  |  |  |  |  |
| $$3$$ |  |  |  |  |  |  |  |  |
| $$4$$ |  |  |  |  |  |  |  |  |
| $$5$$ |  |  |  |  |  |  |  |  |
| $$6$$ |  |  |  |  |  |  |  |  |
| $$7$$ |  |  |  |  |  |  |  |  |

Hvilken ligning har tangenten til grafen for $f$ i skæring med $y$-aksen: $y=$