Arbejdsseddel: Kvalitativ analyse af diff.ligning

KBJ, november 2023 2u MA

**Opgave 1**

Udviklingen i antallet af smittede med en bestemt sygdom $N\left(t\right)$, hvor $N$ angiver antal smittede til tidspunktet $t$ (målt i antal dage efter smitteudbrud), kan beskrives ved differentialligningen:

$$N^{'}=0,001·N·(430-N)$$

1. Bestem de stationære løsninger til differentialligningen.
2. Bestem hvordan udviklingen forløber, rundt om de stationære løsninger. Er de stabile?
3. Tegn et hældningsfelt for differentialligningen i grafvinduet $\left[-10;25\right]×\left[-500;1000\right]$.
4. Indtegn løsningskurver for de stationære løsninger i hældningsfeltet.
5. Indtegn løsningskurver for kvalitativt forskellige ikke-stationære løsninger.
6. Giv en fortolkning af den kvalitative analyse… hvor meget giver mening?

**Opgave 2**

Temperaturudviklingen i en bestemt væske kan beskrives ved en model $T\left(t\right)$, hvor $T$ angiver temperaturen målt i $℃$, og $t$ angiver tidspunktet målt i minutter. Modellen opfylder:

$$T^{'}=5-0,1·T$$

1. Bestem eventuelt stationære løsninger til differentialligningen.
2. Bestem hvordan udviklingen forløber rundt om de stationære løsninger. Er de stabile?
3. Tegn et hældningsfelt for differentialligningen i grafvinduet $\left[-10;60\right]×\left[-100;200\right]$.
4. Indtegn løsningskurve for eventuelt stationære løsninger.
5. Indtegn løsningskurver for kvalitativt forskellige ikke-stationære løsninger.
6. Giv en fortolkning af den kvalitative analyse.

**Opgave 3**

For en population af store pattedyr gælder at udviklingen i antallet af individer $N\left(t\right)$ til tidspunktet $t$ (målt i år), kan beskrives ved differentialligningen:

$$N^{'}=-0,000001·N^{3}+0,0007·N^{2}-0,06·N$$

1. Bestem de stationære løsninger til differentialligningen.
2. Bestem hvordan udviklingen forløber, rundt om de stationære løsninger. Er de stabile?
3. Tegn et hældningsfelt for differentialligningen i grafvinduet $\left[-10;50\right]×\left[-200;800\right]$.
4. Indtegn løsningskurver for de stationære løsninger i hældningsfeltet.
5. Indtegn løsningskurver for kvalitativt forskellige ikke-stationære løsninger.
6. Giv en fortolkning af den kvalitative analyse… hvor meget giver mening?

**Opgave 4**

En differentialligning er givet ved

$$\frac{dy}{dx}=\frac{9-y^{4}}{y^{2}+1}$$

1. Lav en kvalitativ analyse af differentialligningens løsninger.
2. Tegn et hældningsfelt for differentialligningen, med løsningskurver der repræsenterer de forskellige stationære og ikke-stationære løsninger.

**Opgave 5**

En differentialligning er givet ved

$$y^{'}=0,01·\left(y+5\right)·\left(y-3\right)·\left(y+2\right)·\left(y-4\right)$$

1. Lav en kvalitativ analyse af differentialligningens løsninger.
2. Vis analysens resultater ved hjælp af et hældningsfelt og løsningskurver.