Arbejdsseddel: Gradient og stationære punkter

KBJ, april 2024 2u MA

***OPGAVER DER SKAL LØSES MED NSPIRE***

**Opgave 1**

En funktion $f$ er bestemt ved:

$$f\left(x,y\right)=3y-y^{3}-x^{2}-4x$$

1. Bestem $∇f\left(2,1\right)$, og forklar betydningen af denne vektor.
2. Løs ligningen $∇f\left(x,y\right)=\left(\begin{array}{c}0\\0\end{array}\right)$, og bestem koordinatsæt for grafens stationære punkter.
3. Tegn grafen for $f$ i grafervinduet $\left[-5;5\right]×\left[-5;5\right]×\left[-1;9\right]$, og vurdér arten af de stationære punkter ud fra grafen.
4. Vis ved beregning at arten er korrekt bestemt ud fra grafen.
5. Bestem en ligning for tangentplanet til grafen for $f$ i punktet $P\left(-3,1,f\left(-3,1\right)\right)$ og tegn tangentplanet i samme koordinatsystem som grafen.

**Opgave 2**

En funktion $f$ er bestemt ved:

$$f\left(x,y\right)=e^{-0,2·\left(x^{2}-4x+y^{2}-10y+25\right)}$$

1. Bestem $∇f\left(4,6\right)$
2. Bestem eventuelt stationære punkter og deres art for grafen for $f$.
3. Tegn grafen for $f$ for $-5\leq x\leq 10$ og $-5\leq y\leq 10$.
4. Bestem en ligning for tangentplanet til grafen for $f$ i $P\left(1,4,f\left(1,3\right)\right)$ og tegn med grafen.

**Opgave 3**

En funktion $f$ er bestemt ved

$$f\left(x,y\right)=x+y^{2}-x^{3}-y$$

1. Bestem $∇f\left(2, 4\right)$, og forklar betydningen af denne vektor.
2. Løs ligningen $∇f\left(x,y\right)=\left(\begin{array}{c}0\\0\end{array}\right)$ og bestem de stationære punkter for $f$.
3. Tegn grafen for $f$ og afgør fra denne hvilken art de stationære punkter er.
4. Vis ved beregning, at de stationære punkter er af denne art.

**Opgave 4**

En funktion $f$ er bestemt ved

$$f\left(x,y\right)=\frac{x^{3}-5y}{y^{4}+x^{2}+1}$$

1. Bestem ved beregning de stationære punkter for $f$.
2. Bestem ved beregning arten af de stationære punkter.
3. Tegn grafen for $f$, og verificér med denne resultaterne fra spørgsmål a) og b).