Arbejdsseddel: Funktioner af to variable

KBJ, april 2024 2u MA

**Opgave 1**

En funktion $f$ er bestemt ved: $f\left(x,y\right)=x^{2}+x·y-y^{2}$

1. Bestem $f\left(3,2\right)$, $f\left(5,-2\right)$ og $f\left(-1,6\right)$.
2. Undersøg om punktet $P\left(4,-1,10\right)$ ligger på grafen for $f$.
3. Bestem $f\_{x}^{'}\left(x,y\right) $ og $f\_{y}^{'}\left(x,y\right)$.
4. Bestem en forskrift for snitfunktionen $z=g\left(x\right)$ for fastholdt $y=3$.
5. Bestem skæringspunkterne mellem grafen for $g$ og $xy$-planen.
6. Diskutér hvilken form snitkurven langs $y$-aksen har.

**Opgave 2**

En funktion $f$ er bestemt ved: $f\left(x,y\right)=x^{2}-4x+y^{2}+2y$

1. Bestem $f\left(2,1\right)$.
2. Bestem $f\_{x}^{'}\left(2,1\right)$ og $f\_{y}^{'}\left(2,1\right)$.
3. Bestem en forskrift for snitfunktionen $z=h\left(y\right)$ for fastholdt $x=2$.
4. Vis at niveau-kurven i højden $z=4$ har form som en cirkel, og bestem dennes radius.

**Opgave 3**

En funktion $f$ er bestemt ved: $f\left(x,y\right)=2x^{3}+3y-y^{4}+3x·y^{2}-2·\frac{x}{y^{3}}$.

1. Bestem $f\left(2,1\right)$.
2. Bestem forskrifter for $f\_{x}^{'}\left(x,y\right)$ og $f\_{y}^{'}\left(x,y\right)$.

**Opgave 4**

En funktion $f$ er bestemt ved: $f\left(x,y\right)=2x^{3}-4x·y+3y^{2}$

1. Bestem $f\left(2, 3\right)$
2. Bestem $f\_{x}^{'}\left(2,3\right)$ og $f\_{y}^{'}\left(2,3\right)$.
3. Bestem forskrift for snitfunktionen $g\left(x\right)=f\left(x,2\right)$.

**Opgave 5**

En funktion $f$ er bestem ved: $f\left(x,y\right)=2x^{4}·y-\frac{1}{2}·x^{2}·y^{2}+\frac{1}{3}·x^{6}·y^{3}+10$

1. Bestem $f\_{x}^{'}\left(x,y\right)$ og $f\_{y}^{'}\left(x,y\right)$.

**Opgave 6**

En funktion $f$ er bestemt ved: $f\left(x,y\right)=\frac{y}{x}+5x^{2}·y$

1. Bestem $f\left(2,10\right)$.
2. Bestem $f\_{x}^{'}\left(x,y\right)$ og $f\_{y}^{'}\left(x,y\right)$.
3. Bestem forskrift for snitfunktionen $h\left(y\right)=f\left(1,y\right)$
4. Diskutér hvordan snitkurven til grafen for $f$, som er graf for $h$, ser ud.

**Opgave 7**

 En funktion $f$ er bestemt ved: $f\left(x,y\right)=3·e^{-\left(x^{2}+y^{2}\right)}$

1. Bestem $f\left(0,0\right)$.
2. Bestem $f\_{x}^{'}\left(x,y\right)$ og $f\_{y}^{'}\left(x,y\right)$.
3. Bestem en forskrift for snitfunktionen $h\left(x\right)=f(x,y)$, for fastholdt $y=-2$.