Arbejdsseddel: Vektorfunktioner

KBJ, december 2023 2u MA

**Opgave 1**

En vektorfunktion $\vec{s}$ er bestemt ved

$$\vec{s}\left(t\right)=\left(\begin{array}{c}t^{2}-4t+3\\t^{3}-8\end{array}\right), t\in R.$$

1. Bestem $\vec{s}\left(0\right)$, $\vec{s}\left(4\right)$ og $\vec{s}\left(-1\right)$.
2. Opskriv koordinatfunktionerne $x\left(t\right)$ og $y\left(t\right)$.
3. Løs $y\left(t\right)=0$, og forklar hvad løsningen til denne ligning fortæller om banekurven for $\vec{s}$.
4. Bestem skæringspunkterne mellem banekurven for $\vec{s}$ og koordinatsystemets andenakse.
5. Bestem $\vec{s}^{'}\left(t\right)$ samt $\vec{s}^{'}\left(3\right)$ og $\vec{s}^{'}\left(-1\right)$.
6. Undersøg hvor banekurven for $\vec{s}$ har vandret tangent.

**Opgave 2**

En vektorfunktion $\vec{r}$ er bestemt ved

$$\vec{r}\left(t\right)=\left(\begin{array}{c}t^{2}+4t+5\\t^{3}-4t\end{array}\right), t\in R.$$

1. Bestem skæringspunkterne mellem banekurven for $\vec{r}$ og førsteaksen, og argumentér for at banekurven ikke skærer andenaksen.
2. Bestem koordinatsættet til det punkt på banekurven for $\vec{r}$, som har lodret tangent.
3. Bestem for hvilke værdier af $t$, at banekurven for $\vec{r}$ har vandret tangent.
4. Bestem $\vec{r}\left(1\right)$ samt $\vec{r}^{'}\left(1\right)$ og opskriv en parameterfremstilling for tangenten $l$ som rammer banekurven for $\vec{r}$ i punktet $P\left(x\left(1\right),y\left(1\right)\right)$.
5. Bestem en ligning for tangenten $l$.

**Opgave 3**

En vektorfunktion $\vec{s}$ er bestemt ved

$$\vec{s}\left(t\right)=\left(\begin{array}{c}t^{2}-8t+15\\t^{3}-12t\end{array}\right)$$

1. Bestem for hvilke $t$-værdier at banekurven skærer koordinatsystemets akser.
2. Bestem koordinatsæt for de punkter, hvor banekurven har enten lodret eller vandret tangent.
3. Bestem en ligning for tangenten til banekurven for $\vec{s}$ i punktet $P\left(x\left(1\right),y\left(1\right)\right)$.



**Opgave 4**

En vektorfunktion $\vec{r}$ er bestemt ved

$$\vec{r}\left(t\right)=\left(\begin{array}{c}-t^{2}+3t+4\\t^{3}-4·t^{2}+3·t+3\end{array}\right)$$

1. Bestem skæringspunkterne mellem banekurven for $\vec{r}$ og andenaksen.
2. Bestem for hvilken værdi af $t$, at banekurven for $\vec{r}$ har en lodret tangent.

Det oplyses at banekurven for $\vec{r}$ af et dobbeltpunkt $P$, som den går igennem for $t=0$ og $t=t\_{0}$.

1. Bestem tallet $t\_{0}$.

**Opgave 5**

En cirkel er beskrevet ved banekurven for $\vec{s}$:

$$\vec{s}\left(t\right)=\left(\begin{array}{c}7+2·\cos(\left(t\right))\\3+2·\sin(\left(t\right))\end{array}\right), t\in \left[0;2π\right]$$

1. Opstil en ligning for cirklen.
2. Bestem $\vec{s}^{'}\left(t\right)$.