Arbejdsseddel: Vektorfunktion og banekurve

KBJ, december 2023 2u MA

**ALLE OPGAVER SKAL LØSES MED NSPIRE!**

**Opgave 1**

En vektorfunktion $\vec{s}$ er bestemt ved:

$$\vec{s}\left(t\right)=\left(\begin{array}{c}t^{2}-6t+8\\-t^{2}+8t-7\end{array}\right)$$

***Brug grafer-vindue:***

1. Tegn banekurven for $\vec{s}$ for $0\leq t\leq 5$. Kald koordinatfunktionerne $x\left(t\right)$ og $y\left(t\right)$.
(vælg ”Parameterfremstilling” under ”Grafindtastning”, sæt ”tstep” til 0,01).
2. Tegn banekurven for $-5\leq t\leq 5$.
3. Tegn banekurven for $-10\leq t\leq 10$.

***Brug beregninger-vindue / matematikfelt i noter-vindue:***

1. Definér $\vec{s}\left(t\right)$ som vektoren $\left(\begin{array}{c}x\left(t\right)\\y\left(t\right)\end{array}\right)$.
(bemærk at man ikke kan navngive med vektorpil, så vektorfunktionen skal blot hedde $s\left(t\right)$).
2. Bestem $\vec{s}\left(5\right)$ og indtegn punktet $P\left(x\left(5\right),y\left(5\right)\right)$ i koordinatsystemet med banekurven.
3. Løs ligningen $x\left(t\right)=0$ og bestem $\vec{s}\left(t\right)$ for de fundne løsninger. Gør det samme med $y\left(t\right)=0$.
Overvej hvad løsning af disse to ligninger fortæller om banekurven. Tjek med tegningen.
4. Bestem den afledede funktion $\vec{s}^{'}\left(t\right)$.
5. Bestem $\vec{s}^{'}\left(5\right)$ og overvej ud fra tegningen af banekurven, samt punktet $P$ (spm. e), hvad denne vektor fortæller om banekurven i punktet $P$.
6. Løs ligningerne $x^{'}\left(t\right)=0$ og $y^{'}\left(t\right)=0$. Bestem $\vec{s}\left(t\right)$ for de fundne løsninger, og indtegn de tilhørende punkter på banekurven. Bestem $\vec{s}^{'}\left(t\right)$ for de fundne løsninger.
Overvej vad løsningen af disse to ligninger fortæller om banekurven. Tjek med tegningen.

**Opgave 2**

En vektorfunktion $\vec{r}$ er bestemt ved

$$\vec{r}\left(t\right)=\left(\begin{array}{c}t^{3}-3t^{2}-6t+10\\t^{4}-7t^{3}+11t^{2}+7t-9\end{array}\right)$$

1. Tegn banekurven for $\vec{r}$ i grafervinduet $\left[-30;30\right]×\left[-20;20\right]$.
2. Vurdér ud fra tegningen af banekurven, hvor mange løsninger ligningen $x\left(t\right)=0$ har.
3. Vurdér ud fra tegningen af banekurven, hvor mange løsninger ligningen $y\left(t\right)=0$ har.
4. Vurdér ud fra tegningen af banekurven, hvor mange løsninger ligningen $x'\left(t\right)=0$ har.
5. Vurdér ud fra tegningen af banekurven, hvor mange løsninger ligningen y’$\left(t\right)=0$ har.
6. Tjek ved beregninger i Nspire, at dine vurderinger fra spm. b, c, d og e er korrekte.
Hvis du finder afvigelser, så undersøg ud fra tegningen, hvorfor du har vurderet forkert.
7. Benyt Nspire til at løse ligningssystemet $\vec{r}\left(t\right)=\vec{r}\left(s\right)$, for $t>s$.
Vurdér betydningen af løsningerne til ligningssystemet.
(Hint: Tegn evt. de punkter ind i koordinatsystemet med banekurven, som svarer til ligningssystemets løsninger).

**Opgave 3**

En vektorfunktion $\vec{s}$ er bestemt ved

$$\vec{s}\left(t\right)=\left(\begin{array}{c}5+3·\cos(\left(t\right))\\2+3·\sin(\left(t\right))\end{array}\right)$$

1. Tegn banekurven for $\vec{s}$.
2. Benyt banekurven til at vurdere den generelle betydning af vektorfunktioner på formen:

$$\vec{s}\left(t\right)=\left(\begin{array}{c}a+r·\cos(\left(t\right))\\b+r·\sin(\left(t\right))\end{array}\right)$$

1. Hvilket interval af $t$-værdier skal man ”mindst” have, for banekurven for $\vec{s}$ faktisk har den pågældende betydning?