Teori om analytisk rumgeometri

KBJ, oktober 2024 3u MA

I den analytiske rumgeometri arbejder vi med at beskrive geometriske figurer i rummet, hvor rummet repræsenteres af et koordinatsystem med tre akser, og en figur repræsenteres som en mængde af punkter i koordinatsystemet, typisk beskrevet ved en ligning med , og .

**Definition 1: Punkt**

Et punkt er det som ikke kan deles. Vi beskriver i koordinatsystemet et punkt ved et -, et -og et -koordinat, der entydigt udpeger hvor i koordinatsystemet punktet ligger. Vi skriver punktet:

**Sætning 1**

Afstanden mellem to punkter og kan bestemmes ved:

Afstanden svarer til længden af linjestykket .

**Opgave 1**

Bevis sætning 1.

**Sætning 2**

Midtpunktet af linjestykket , udspændt af punkterne og kan bestemmes ved:

**Opgave 2**

Bevis sætning 2. (Hint! Vis at ).

**Definition 2: Plan**

En plan indeholdende punktet , med normalvektor , er mængden af punkter , således at er ortogonal med .

**Sætning 3**

En plan gennem punktet med normalvektor , kan beskrives ved en ligning på formen , hvor .

**Opgave 3**

Bevis sætning 3. (Hint: Udnyt at for på skal være ortogonal med ).

**Sætning 4**

En plan kan, når den ikke er parallel med tredjeaksen, beskrives ved en ligning på formen:

.

**Opgave 4**

Bevis sætning 4.

**Sætning 5**

En plan kan parameterfremstilles ved to ikke parallelle vektorer og , således at disse begge er ortogonale med enhver normalvektor for (specielt er en normalvektor for ).

**Opgave 5**

Bevis sætning 5.

**Definition 3: En linje**

En linje gennem , med retningsvektor er mængden af punkter , således at er parallel med .

**Sætning 6**

En ret linje gennem og med retningsvektor kan parameterfremstilles:

.

**Opgave 6**

Bevis sætning 6.

**Definition 4: Kugle**

En kugle er den mængde af punkter som ligger i netop afstanden , kaldet kuglens radius, fra punktet , kaldet kuglens centrum.

**Sætning 7**

En kugle med centrum og radius kan beskrives ved ligningen:

**Opgave 7**

Bevis sætning 7.

Arbejdsseddel: Simple opgaver i rumgeometri

KBJ, oktober 2024 3u MA

**Opgave 1**

Givet to vektorer og

1. Bestem vektorernes længder og .
2. Bestem prikproduktet og vinklen mellem vektorerne.
3. Bestem krydsproduktet .
4. Bestem arealet af det af og udspændte parallelogram.

**Opgave 2**

Givet tre punkter i rummet: , og .

1. Bestem koordinatsæt for vektorerne og , samt .
2. Bestem en ligning for den plan der indeholder punkterne , og .
3. Bestem en parameterfremstilling af den linje som går gennem og står vinkelret på .

**Opgave 3**

Givet ligninger for to planer og :

1. Angiv normalvektorer for og .
2. Bestem den spidse vinkel mellem de to planer.