

Projekt: Luksusfælden

I dette projekt skal I arbejde med matematikken bag opsparing og lån, teorien findes på side 4 til 6 her i noten, samt i bogen side 124-129, disse sider skal læses, eksemplerne gennemgås og øvelserne i noten laves, for at sikre forståelse af det læste.

Den viden I får om opsparing og lån skal bruges til at løse nedenstående opgaver, der bygger på et afsnit af [Luksusfælden](#), et tv-program der sendes på tv3. I programmet besøger to eksperter nogle danskere, hvis økonomi er løbet løbsk for dem. Deres økonomi gennemgås og eksperterne hjælper dem på bedst mulige vis med at få styr på den.

Opgaverne skal løses i grupper og løsningerne skal afleveres som en gruppeaflevering.

Det konkrete afsnit er fra den 28/8 2011 og handler om Agnete (19) og Simon (21)

Indholdsbeskrivelse:

Forbrugsfesten er på sit højeste hos Agnete på 19 år og Simon på 21 år fra Haslev på Sjælland. Parret har sammen købt en hel ny bil og nye møbler til Simons lejlighed, mens Agnete har shoppet mærkevarer som Gucci og DKNY for Simons penge. Alt i alt har de stiftet gæld for en halv million kroner. Nu er regnskabets time kommet og regningerne skal betales, men Simon har ikke flere penge og rykkerbreve vælter ind af døren. De mange konflikter om økonomien har efterhånden givet det unge par ridser i kærlighedslakken og amorinerne mellem de to er så småt ved at visne. Derfor bliver det noget af en opgave for Luksusfældens to eksperter at få ryddet op og lagt en plan, der gør at de to storforbrugere hurtigst muligt kan komme af med deres massive gæld.



Forbrug

Parret har det forløbne år haft udbetalt 40 800 kr. pr. måned. Beløbet dækker over løn, feriepenge, SU, børneopsparing og salg af ejendele.

Projekt: Luksusfælden

Hvad pengene er brugt på kan ses i nedenstående tabel:

Månedligt forbrug i kr.:

Bolig	Øvrige faste	Transport	Mad	Diverse	Gæld	Agnete
10 700	5900	4100	4200	20 100	2000	11 100
El, vand, varme, ydelse på boliglån	Forsikring, A-kasse, licens Telefon 2500 kr.	Forsikring, afgift, brændstof, billån	Fastfood 1000 kr.	Møbler 70 000 kr. Hunde 3000 kr. pr. måned		Sko, smykker, tøj

Opgave 1

Beregn parrets månedlige underskud og hvor mange procent underskuddet udgør af det samlede forbrug.

Med sådan et forbrug har det været nødvendigt at låne en del penge. Det oplyses at parret har en gæld på 2,3 mill. kr. Gælden består af lån til lejlighed (som nok har kostet omkring 1,5 mill. kr.). Bilen er der lånt 227 000 kr. til, resten af pengene er brugt til møbler, tøj og elektronik.

Annuitetslån

Når man låner penge, tilskrives der løbende renter, og lånet tilbagebetales med en fast månedlig eller kvartalsvis ydelse. Dette kalder man et annuitetslån og er beskrevet i bogen side 127.

Opgave 2

Forklar hvad et annuitetslån er og hvordan man beregner ydelsen - **dette kræver en gennemgang af de to sætninger (placeret i bilaget sidst i dette dokument), inklusiv beviserne for sætningerne.**

Bilen

Bilen blev købt for 236 000 kr. For at skaffe dette beløb låner Simon 227 000 kr. til en rente på 7,25 % p.a. Det fortælles ikke hvilket type lån, der er tale om, men vi kan antage at det drejer sig om et annuitetslån med månedlig ydelse og en løbetid på 8 år.

Bilen sælges efter et år for 150 000 kr.

Opgave 3

- Beregn hvor mange procent værdien af bilen er faldet med i løbet af det år der er gået.
- Brug formelen fra opgave 2 til at beregne hvad den månedlige ydelse på billånet er.
- Lav en opstilling i regneark der viser hvor meget der afdrages på billånet hver måned i det år parret har haft bilen, og dermed hvor meget der skyldes når bilen bliver solgt (svarende til tabellen i bogen side 127).

Projekt: Luksusfælden

- d) Antag at billånet nedskrives med de 150 000 kr. bilen sælges for. Hvor stort er lånet nu?
- e) Efter bilen er solgt skal der stadig betales på billånet i to år. Beregn hvor stor den månedlige ydelse skal være i dette tilfælde.
- f) Beregn de samlede omkostninger parret har til den bil de kun havde glæde af i et år.
- g) Kommenter resultaterne.

Opgave 4

Forklar begrebet ÅOP - gerne ved hjælp af et konkret eksempel. Der er hjælp at hente i bogen side 129 samt i afsnit 3.4 side 24 i [Mathematicus: Renter og annuiteter](#)

Grupper:

Maja, Line, Clara, Leah	Serine, Kathrine, Mathilde S, Nuveen
Bianca, Vibe, Julie, Mathilde O	Kalle, Fatima, Aras, Anne-Sofie
Johanne, Viktor, Benjamin, Isabel	Thilde, Ida, Ida-Sofie, Emilie
Sietske, Ronja, Kirstine	Ida Marie, Klinge, Ellen

Bilag fra [Mathematicus - Renter og annuiteter](#)

Sætning 3.1: Opsparingsannuitet

For en opsparingsannuitet, gælder

$$A_n = b \cdot \frac{a^n - 1}{r},$$

hvor A_n er saldoen efter sidste indbetaling, b er ydelsen, dvs. indbetalinger pr. termin, r er vækstraten, n er antal indbetalinger, og $a = 1 + r$ er fremskrivningsfaktoren. Denne sammenhæng kan også skrives som

$$A_n = b \cdot \frac{(1 + r)^n - 1}{r}.$$

3.3 Bevis for annuitetsformlerne

I dette afsnit bevises formlerne i sætning 3.1 og sætning 3.5.

Bevis (for sætning 3.1)

Betragter man ligningen (3.1), ses at denne kan generaliseres til

$$A_n = b \cdot (1 + a + a^2 + \dots + a^{n-1}).$$

Nu defineres

$$S = 1 + a + a^2 + \dots + a^{n-1}.$$

Der gælder altså $A_n = b \cdot S$. Tillige gælder der, at

$$a \cdot S = a \cdot (1 + a + a^2 + \dots + a^{n-1}) = a + a^2 + a^3 + \dots + a^n.$$

Beregner man nu størrelsen $(a - 1) \cdot S$ fås

$$\begin{aligned} (a - 1) \cdot S &= a \cdot S - S \\ &= (a + a^2 + a^3 + \dots + a^n) - (1 + a + a^2 + \dots + a^{n-1}) \\ &= a^n - 1 \end{aligned}$$

Dette giver, at

$$(a - 1) \cdot S = a^n - 1 \quad \Leftrightarrow \quad S = \frac{a^n - 1}{a - 1},$$

og da $a - 1 = r$, er

$$S = \frac{a^n - 1}{r}.$$

Fra tidligere haves, at $A_n = b \cdot S$, så derfor er

$$A_n = b \cdot \frac{a^n - 1}{r},$$

og sætningen er hermed bevist. ■

Sætning 3.5: Gældsannuitet

For et annuitetslån gælder

$$G = y \cdot \frac{1 - a^{-n}}{r} \quad \text{og} \quad y = G \cdot \frac{r}{1 - a^{-n}},$$

hvor G er hovedstolen, y er ydelsen, r er vækstraten, n er løbetiden, og $a = 1 + r$ er fremskrivningsfaktoren.

Disse formler kan også skrives som

$$G = y \cdot \frac{1 - (1 + r)^{-n}}{r} \quad \text{og} \quad y = G \cdot \frac{r}{1 - (1 + r)^{-n}}.$$

I beviset for sætning 3.5 anvender man sætning 3.1 og renteformlen.

Bevis (for sætning 3.5)

Når man afdrager en gæld med n lige store ydelser y , vil den samlede værdi af disse ydelser kunne beregnes ud fra formelen for annuitetsopsparing (sætning 3.1). Kaldes denne størrelse K , har man

$$K = y \cdot \frac{a^n - 1}{r}.$$

Men gælden blev optaget n terminer tidligere, så gældens værdi fremskrevet n terminer er også lig med K , som ifølge renteformlen så skal være

$$K = G \cdot a^n.$$

Disse to udtryk for K må nødvendigvis være lig hinanden, dvs.

$$\begin{aligned} G \cdot a^n &= y \cdot \frac{a^n - 1}{r} && \Leftrightarrow \\ G &= y \cdot \frac{a^n - 1}{r \cdot a^n} && \Leftrightarrow \\ G &= y \cdot \frac{\frac{a^n}{a^n} - \frac{1}{a^n}}{r} && \Leftrightarrow \\ G &= y \cdot \frac{1 - a^{-n}}{r}. \end{aligned}$$

Hermed er sætningen bevist. ■