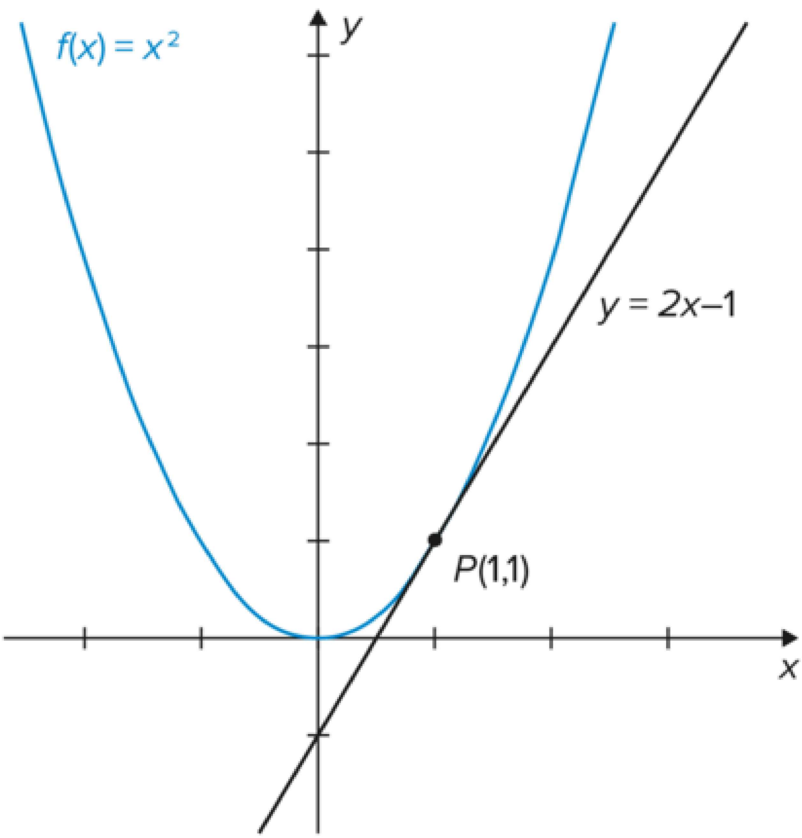
1.1 Eksperimenter med tangenthældning

I afsnit 1.1 skal vi bl.a. beskæftige os med *tangenter til en parabel*. Vi vil nærmere bestemt se på parablen med forskriften $f(x) = x^2$. Grafen tegnes, og med et CAS-værktøj konstrueres tangenten i punktet $P(1, 1)$ på grafen.



Figur 101

Ifølge CAS-værktøjet har tangenten i $P(1, 1)$ ligningen $y = 2x - 1$, se figur 101. Hældningskoefficienten til tangenten med røringspunkt P er altså 2.

Nedenfor følger to eksperimenter med tangenthældning.

Eksperiment 1.1 går ud på at finde frem til en formel, så man kan bestemme tangenthældningen til parablen, når man kender førstekoordinaten til *røringspunktet*.

Eksperiment 1.1: Tangenthældninger til $f(x) = x^2$

Benyt et CAS-værktøj. Tegn grafen for $f(x) = x^2$. Konstruér tangenten til grafen i punktet $(-1,\ 1)$, og bestem tangentens hældning.

Vælg mindst fem andre punkter, og indfør resultaterne i et regneark med røringspunktets førstekoordinat x_0 i første kolonne og den tilhørende tangents hældning a i anden kolonne:

x_0	a
1	2
$\dots$	$\dots$

[…]n et punktplot, gæt funktionstypen, og benyt en passende regres[…] ti[…] at opstille en hypotese for, hvordan a udregnes ud fra x_0 .

Eksperiment 1.2: Tangenthældninger til $g(x) = x^3$

Gå frem som i eksperiment 1.1. Nu med funktionen $g(x) = x^3$.

Kommentar til indholdet? Skriv til redaktionen

1.2 Differentialkvotient

I afsnit 1.1 fandt vi, at tangenten til parablen med forskriften $f(x) = x^2$ har hældningen $a = 2$ i røringspunktet P med førstekoordinat 1.

Dette tal viser, hvor stejl parablen er i punktet P.

Tallet kaldes *differentialkvotienten* af f i 1.

Dette skrives $f'(1) = 2$

Symbolet $f'(1)$ læses " f mærket af 1 " eller " f mærke af 1 ".

Eksperiment 1.1 resulterede i følgende formel for tangenthældningen:

$$a = 2x_0$$

Me[illegible]mbolet for *differentialkvotient* skrives det $a = f'(x_0) = 2 \cdot x_0$.

Eksperiment 1.2 resulterede i følgende formel for tangenthældningen:

$$a = 3 \cdot x_0^2$$

Med symbolet for differentialkvotient skrives det $a = g'(x_0) = 3 \cdot x_0^2$.

Ved hjælp af et CAS-værktøj kan man for alle "sædvanlige" funktioner f finde differentialkvotienten $f'(x)$ for en vilkårlig x-værdi.

Nedenstående tabel viser eksempler på funktioner $f(x)$ og deres differentialkvotient $f'(x)$:

Funktion $f(x)$	Differentialkvotient $f'(x)$
konstant	0
x	1
$ax + b$	a

x^3	$3x^2$
$\frac{1}{x}$	$-\frac{1}{x^2}$
$\sqrt{x}$	$\frac{1}{2\cdot\sqrt{x}}$

Eksperiment 1.3: Flere tangenthældninger

Eksempel 101: Differentialkvotient for $f(x) = x^n$

Øvelse 101-104

Kommentar til indholdet? Skriv til redaktionen

Forrige

Næste

ISBN: 9788702290257.