

1.5 Procentregning

At tage p % procent af en størrelse

Procent betyder pr. hundrede. At beregne 7 % af 1200 kr. betyder derfor at tage

$$\frac{7}{100} \text{ af } 1200 \text{ kr., dvs. } \frac{7}{100} \cdot 1200 \text{ kr.} = 84 \text{ kr.}$$

Udregningen kan også skrives $0,07 \cdot 1200 \text{ kr.} = 84 \text{ kr.}$

REGEL

PROCENTREGEL 1:

p % af en størrelse K er lig med $\frac{p}{100} \cdot K$.

ØVELSE

109-113

Hvor mange procent er det?

En person vinder 50 000 kr. og skal betale 7500 kr. i gevinstafgift.

Afgiften udgør $\frac{7500}{50000} \cdot 100 \% = 15 \%$.

PROCENTREGEL 2:

En størrelse s udgør $\frac{s}{K} \cdot 100 \%$ af en anden størrelse K .

REGEL

114-119

ØVELSE

At lægge p % til en størrelse

At lægge 7 % til 1200 kr. betyder at tage 7 % af 1200 kr. og lægge det til 1200 kr., dvs.

$$\begin{array}{rcl} \frac{7}{100} \cdot 1200 \text{ kr.} & = & \begin{array}{r} 1200 \text{ kr.} \\ 84 \text{ kr.} \end{array} \\ \hline & & \text{I alt } 1284 \text{ kr.} \end{array}$$

Udregningen kan også skrives

$$1200 \text{ kr.} + 0,07 \cdot 1200 \text{ kr.} = (1 + 0,07) \cdot 1200 \text{ kr.} = 1,07 \cdot 1200 \text{ kr.} = 1284 \text{ kr.}$$

Man kan altså lægge 7 % til 1200 kr. ved at gange 1200 kr. med faktoren 1,07. Dette gælder generelt:

PROCENTREGEL 3:

Man lægger p % til en størrelse ved at gange størrelsen med faktoren $1 + \frac{p}{100}$.

REGEL

Faktoren $1 + \frac{p}{100}$ betegnes ofte med a .

Tabellen nedenfor viser faktoren a for en række procenter p .

At lægge p % til er det samme som at gange med faktoren	p %	7 %	23 %	58 %	0,4 %
$a = 1 + \frac{p}{100}$	a	1,07	1,23	1,58	1,004

120-123

ØVELSE

Hvor mange procent er det steget?

Hvis en vare er steget fra 50 kr. til 52 kr., svarer det til, at prisen er ganget med faktoren $\frac{52}{50} = 1,04$. Vi benytter nu procentregel 3 i omvendt rækkefølge:

Prisen er steget med 4 %.

Generelt: Kendes a i sammenhængen $a = 1 + \frac{p}{100}$, kan p isoleres:

$$\begin{aligned} 1 + \frac{p}{100} &= a \\ \frac{p}{100} &= a - 1 \\ p &= (a - 1) \cdot 100. \end{aligned}$$

Nedenfor ses en tabel, der svarer til tabellen ovenfor i omvendt rækkefølge:

At gange med faktoren a er det samme som at lægge $p \% = (a-1) \cdot 100 \%$ til	a	1,07	1,23	1,58	1,004
	$p \%$	7 %	23 %	58 %	0,4 %

X 116

Brug af reglerne for procentregning

a) 25 % moms af 3000 kr. er $\frac{25}{100} \cdot 3000$ kr. = 0,25 · 3000 kr. = 750 kr.

b) En regning på en restaurant lyder på 750 kr. Gæsten giver 50 kr. i drikkepenge.

Drikkepengene udgør $\frac{50}{750} \cdot 100 \%$, dvs. ca. 6,7 %.

c) Et beløb på 4000 kr. indsættes på en bankkonto til en årlig rente på 3 %. Beløbet er efter et år steget med 3 %, dvs. der står $1,03 \cdot 4000$ kr. = 4120 kr. på kontoen.

d) En bys befolkning vokser fra 5200 til 5883. Befolkningstallet er vokset med

faktoren $\frac{5883}{5200} = 1,13$, som svarer til en vækst på 13 %.

ØVELSE

124-126

Procentvis fald

En vare, der koster 625 kr., skal nedsættes med 20 %. Det betyder, at der skal trækkes 20 % fra varen:

$$625 - \frac{20}{100} \cdot 625 = 625 - 125 = 500.$$

Den nedsatte pris er altså 500 kr.

Af udregningen ovenfor kan vi se, at de 500 kr. også kan fremkomme på følgende måde:

$$\left(1 - \frac{20}{100}\right) \cdot 625 = 0,80 \cdot 625 = 500.$$

Man trækker p % fra en størrelse ved at gange størrelsen med faktoren $1 - \frac{p}{100}$.

I stedet for at opstille en ny regel, kan man klare sig med de forrige ved at regne med negative procenter. I stedet for at lade de 625 kr. falde med p %, kan man lade dem stige med $p_1 \% = -p \%$. Den nye beløb fås da jf. procentregel 3 ved at gange 625 kr. med faktoren $a = 1 + \frac{p_1}{100} = 1 + \frac{-p}{100}$, hvilket er det samme som at gange med faktoren $1 - \frac{p}{100}$.

Tabellen nedenfor viser for en række negative procenter den tilsvarende faktor a .

$p \%$	-7 %	-23 %	-58 %	-0,4 %
a	0,93	0,77	0,42	0,996

En vare nedsættes fra 756 kr. til 499 kr. Vi benytter metoden fra stigning af en størrelse: Faktoren er $a = \frac{499}{756} = 0,660$.

Varen er steget $(a - 1) \cdot 100\% = (0,660 - 1) \cdot 100\% = -34\%$. Dermed er det procentvise fald 34 %.

Procentvis fald og negativ procentvis stigning

a) Antallet af passagerer, der fløj med et bestemt luftfartsselskab i løbet af en måned, var 3,0 mio. Den følgende måned faldt passagertallet med 18 %. Faktoren er altså $a = 1 + (-0,18) = 0,82$, dvs. passagertallet faldt til $0,82 \cdot 3$ mio. = 2,46 mio.

X 117

b) Prisen på en PC er faldet fra 12000 kr. til 8700 kr. Prisen er ændret med

faktoren a , hvor $a \cdot 12000 = 8700$. Derfor er $a = \frac{8700}{12000} = 0,725$.

Dette svarer til den procentvise ændring $p\% = (0,725 - 1) \cdot 100\% = -27,5\%$.

Prisen er altså faldet med 27,5 %.

ØVELSE

127-130

Absolut og relativ ændring

Hvis en størrelse K_1 har ændret sig til størrelsen K_2 , er den absolutte ændring lig med forskellen $K_2 - K_1$ mellem de to størrelser. Ifølge afsnit 1.7 i Grundforløbsbogen kan denne forskel udtrykkes ved hjælp af Δ -notation:

$\Delta K = K_2 - K_1$ (ΔK læses: "delta K").

Den relative ændring er $p = \frac{\Delta K}{K_1}$. Den procentvise ændring er $p = \frac{\Delta K}{K_1} \cdot 100\%$.

Den kan også beregnes således: $p = \left(\frac{K_2}{K_1} - 1 \right) \cdot 100\%$.

I eksempel 116 d) var en bys befolkning vokset fra 5200 til 5883.

Den absolutte ændring er $5883 - 5200 = 683$. Den procentvise ændring er

$\frac{683}{5200} \cdot 100\% \approx 13\%$. Befolkningstallet er altså vokset med 683, hvilket svarer til en stigning på ca. 13 %.

I eksempel 117 b) var prisen på en PC faldet fra 12000 kr. til 8700 kr.

Den absolutte ændring er $8700 - 12000 = -3300$.

Den procentvise ændring er

$$\frac{-3300}{12000} \cdot 100\% = -27,5\%.$$

Prisen er altså faldet med 3300 kr., hvilket svarer til et fald på 27,5 %.

ØVELSE

131-132

1.6 Logaritmer**Logaritmefunktioner**

I forbindelse med eksponential- og potensfunktioner får vi brug for logaritmer. Her vil vi give en kortfattet behandling af emnet.

10-talslogaritmen

Vi starter med log, som er *logaritmefunktionen med grundtal 10*, også kaldet *10-talslogaritmen*.

Logaritmefunktionen log med grundtal 10 er den funktion, der opfylder:

$$\log(x) = y \Leftrightarrow 10^y = x,$$

hvor $x > 0$.

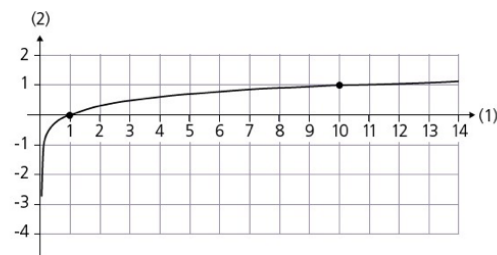
DEFINITION

Det fremgår af definitionen, at der gælder

$$\log(10^x) = x \quad \text{og} \quad 10^{\log(x)} = x.$$

133

ØVELSE



Figur 111. Grafen for logaritmefunktionen med grundtal 10.

På figur 111 ses grafen for funktionen $f(x) = \log(x)$.

Grafen går gennem punktet $(1, 0)$, fordi $\log(1) = \log(10^0) = 0$.

Endvidere går grafen gennem punktet $(10, 1)$, fordi $\log(10) = \log(10^1) = 1$.

Vi vil desuden fremhæve, at 10-talslogaritmen er voksende i x -intervallet $]0; \infty[$, og at y -aksen er asymptote til grafen, dvs. at grafen kommer tættere og tættere på den rette linje $x = 0$ (som netop er y -aksen) uden nogensinde at røre den.