Kombinatorik

# Symmetrisk sandsynlighedsfelt

**Definition:** Et sandsynlighedsfelt kaldes symmetrisk hvis alle udfald har samme sandsynlighed.

**Sætning:** Lad $U$ være et udfaldsrum i et symmetrisk sandsynlighedsfelt med $n$ udfald.
 Så gælder følgende:

1. Alle sandsynligheder er lige store, dvs. $p\_{1}=p\_{2}=\cdots =p\_{n}=\frac{1}{n}$
 2. Hvis en hændelse $A$ indeholder $k$ udfald så er $p\left(A\right)=\frac{k}{n}$

## Eksempel

Blandt 20 elever, 11 piger og 9 drenge, skal der udvælges en repræsentant og en suppleant til elevrådet. Hvad er sandsynligheden for at der vælges to personer af samme køn?

**Hændelse A:** Der vælges to piger eller to drenge.

For at finde sandsynligheden bruges sætningen for et symmetrisk sandsynlighedsfelt (**Hvorfor er sandsynlighedsfeltet symmetrisk?**)

Vi skal derfor bestemme hvor mange udfald der er i hændelsen, og hvor mange udfald der er i sandsynlighedsfeltet. Det kommer til at tage lidt tid, hvis vi skal lave en tabel som vi tidligere har gjort, derfor kigger vi nu på det der hedder kombinatorik.

# Kombinatorik

Kombinatorik går ud på at bestemme et antal af muligheder i en given situation. Vi vender nu tilbage til eksemplet, hvor der skal vælges to personer til elevrådet.

Først skal vi finde ud af hvor mange udfald der er i sandsynlighedsfeltet. Til det skal vi bruge det der hedder multiplikationsprincippet.

### **Multiplikationsprincippet**

Multiplikationsprincippet kaldes også ”Både og”-princippet.

Vi antager at et valg kan deles op i en række delvalg $1, 2, 3, …$ og et antal muligheder i hvert delvalg $n\_{1}, n\_{2},n\_{3}, …$
Når vi både skal foretage delvalg 1 og delvalg 2 og delvalg 3 og … Så er antallet af muligheder for det samlede valg $n\_{1}⋅n\_{2}⋅n\_{3}⋅\cdots $

**Eksemplet: Antal udfald i sandsynlighedsfeltet**Vores valg i eksemplet kan netop opdeles i en række delvalg.

Delvalg 1: Valg af en repræsentant
Delvalg 2: Valg af en suppleant

Vi kan dermed bestemme antallet af muligheder for det samlede valg (dvs. antallet af udfald i hele sandsynlighedsfeltet) på følgende måde:

$$n=20⋅19=380$$

Vi skal nu finde ud af hvor mange muligheder/udfald der er i hændelsen. Til det skal vi have introduceret additionsprincippet.

### **Additionsprincippet**

Additionsprincippet kaldes også ”Enten eller”-princippet.

Vi antager at et valg består i enten at foretage valg $1$ eller valg $2$ eller valg $3$ eller … og at antallet af muligheder i hver af disse valg er $n\_{1}, n\_{2},n\_{3}, …$

Antallet af muligheder for det samlede valg er så: $n\_{1}+n\_{2}+n\_{3}+…$

**Eksemplet: Antal udfald i hændelsen**I hændelsen skal vi bestemme antallet af muligheder for at der vælges enten to piger eller to drenge. Derfor skal vi bruge additionsprincippet.

Før vi kan bruge additionsprincippet, skal vi finde antallet af muligheder for at vælge to piger og antallet af muligheder for at vælge to drenge.

Antallet af muligheder for at vælge to piger er 110 (**Hvorfor?**), og antallet af muligheder for at vælge to drenge er 72 (**Hvorfor?**). Dermed bliver det samlede antal af muligheder i hændelsen:
$k=110+72=182$.

Dermed bliver sandsynligheden for at der vælges to piger eller to drenge:
$$p\left(A\right)=\frac{182}{380}=0,4789=47,89\%$$