# Topunktsformlen for en lineær funktion

### **Selve sætningen som skal bevises**

For en lineær funktion $f\left(x\right)=a⋅x+b$ hvis graf går gennem punkterne $A\left(x\_{1},y\_{1}\right)$ og $B\left(x\_{2},y\_{2}\right)$ kan hældningskoefficienten $a$ og begyndelsesværdien $b$ findes med følgende formler:

$$a=\frac{y\_{2}-y\_{1}}{x\_{2}-x\_{1}}$$

$$b=y\_{1}-a⋅x\_{1}$$

### Bevis

Antag at $A\left(x\_{1},y\_{1}\right)$ og $B\left(x\_{2},y\_{2}\right)$ ligger på grafen for en lineær funktion $f\left(x\right)=a⋅x+b$.

Punktet $A$ indsættes i forskriften, hvilket giver:
$y\_{1}=a⋅x\_{1}+b$

Beviset går ud på at finde et udtryk for $a$ og $b$. Første bestemmes udtrykket for $b$ ved at isolere $b$ i den ovenstående ligning:

$y\_{1}=a⋅x\_{1}+b$

$y\_{1}-a⋅x\_{1}=a⋅x\_{1}+b-a⋅x\_{1}$ Der trækkes $a⋅x\_{1}$ fra på begge sider

$$y\_{1}-a⋅x\_{1}=b$$

Dermed er sidste del at sætningen bevist.

Vi skal nu bestemme et udtryk for $a$.
Det gøres ved at indsætte punktet $B$ i forskriften. Det giver:
$y\_{2}=a⋅x\_{2}+b$

Det udtryk vi lige har fundet for $b$ sættes ind i ligningen og $a$ isoleres:

$y\_{2}=a⋅x\_{2}+b $

$y\_{2}=a⋅x\_{2}+y\_{1}-a⋅x\_{1}$

$y\_{2}-y\_{1}=a⋅x\_{2}+y\_{1}-a⋅x\_{1}-y\_{1}$ Der trækkes $y\_{1}$ fra på begge sider af lighedstegnet

$y\_{2}-y\_{1}=a⋅x\_{2}-a⋅x\_{1}$

$y\_{2}-y\_{1}=a⋅\left(x\_{2}-x\_{1}\right)$ Der er $a$ i begge led, og derfor kan den sættes udenfor
en parentes (fælles faktor udenfor parentes).

$\frac{y\_{2}-y\_{1}}{x\_{2}-x\_{1}}=\frac{a⋅\left(x\_{2}-x\_{1}\right)}{\left(x\_{2}-x\_{1}\right)}$ Der divideres med $x\_{2}-x\_{1}$ på begge sider

$$\frac{y\_{2}-y\_{1}}{x\_{2}-x\_{1}}=a $$