

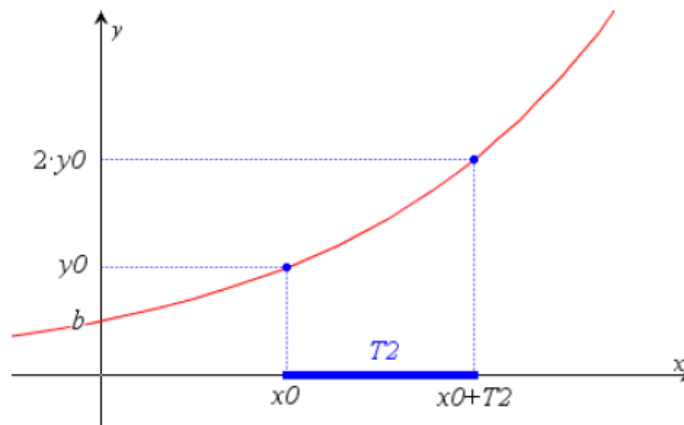
Bevis for sætning 5 i det generelle tilfælde (især for A-niveau)

Betragt grafen for en eksponentielt voksende funktion $y = b \cdot a^x$.

Vælg en tilfældig værdi x_0 af den uafhængige variable. Vi indsætter x_0 i funktionsforskriften og får den tilhørende y_0 :

$$y_0 = b \cdot a^{x_0}$$

Vi fordobler y_0 til $2y_0$ og finder det tilsvarende tal på 1. akse (se figur). Dette tal kaldes $x_0 + T_2$, dvs. T_2 er det stykke vi er gået frem på 1. akse.



$2y_0$ svarer til den x -værdi vi kalder $x_0 + T_2$. Det betyder at indsættes disse tal i forskriften for funktionen, så stemmer ligningen. Når vi indsætter $x_0 + T_2$ i forskriften for funktionen, får vi derfor:

$$2y_0 = b \cdot a^{x_0 + T_2}$$

$$2y_0 = b \cdot a^{x_0} \cdot a^{T_2}$$

$$2y_0 = y_0 \cdot a^{T_2}$$

$$2 = a^{T_2}$$

$$\log(2) = \log(a^{T_2})$$

$$\log(2) = T_2 \cdot \log(a)$$

$$T_2 = \frac{\log(2)}{\log(a)}$$

Anvend potensregel nr. 1

Udnyt, at $b \cdot a^{x_0} = y_0$

Divider med y_0

Anvend log

"log" T_2 ned

Isolerer T_2

Konklusion:

Formlen er uafhængig af valget af startværdien x_0 . Tallet T_2 afhænger kun af værdien af a . Tallet T_2 er således en karakteristisk konstant knyttet til denne bestemte eksponentialfunktion, så det har god mening, at vi betegner den *fordoblingskonstanten*.