Facit - Aflevering 3

Opgave 1

Grafen for en eksponentiel funktion f går gennem punkterne (2; 12) og (5; 96)

a) Bestem foreskriften for funktionen f.

Vi navngiver kooridnaterne for de to punkter:

$x_1 := 2 \rightarrow 2,\ y_1 := 12 \rightarrow 12$

$x_2 := 5 \rightarrow 5,\ y_2 := 96 \rightarrow 96$

Da vi kender to punkter som funktion går igennem kan vi anvende to-punkts formlen for en eksponentiel funktion.

$$a := \sqrt[x_2 - x_1]{\frac{y_2}{y_1}} \rightarrow 2$$

Funktionens b-værdi kan findes via a og et punkt, med følgende formel

$$b := \frac{y_1}{a^{x_1}} \rightarrow 3$$

$f(x) := b \cdot a^x \rightarrow$ *Udført*

Altså blive foreskriften for den eksponentielle funktion $f(x) = 3 \cdot 2^x$

b) Bestem funktionsværdien f(4)

Vi sætter 4 ind i funktionen på x's plads: $f(4) \rightarrow 48$

Funktionsværdien er f(4)=48 når x=4

Opgave 2

Grafen for en eksponentiel funktion f går gennem punkterne (1; 10) og (4; 48)

a) Bestem foreskriften for funktionen f.

Vi navngiver kooridnaterne for de to punkter:

$x_1 := 1 \rightarrow 1,\ y_1 := 10 \rightarrow 10$

$x_2 := 4 \rightarrow 4,\ y_2 := 48 \rightarrow 48$

Da vi kender to punkter som funktion går igennem kan vi anvende to-punkts formlen for en eksponentiel funktion.

$$a := \sqrt[x_2 - x_1]{\frac{y_2}{y_1}} \rightarrow 1.68687$$

Funktionens b-værdi kan findes via a og et punkt, med følgende formel

$$b := \frac{y_1}{a^{x_1}} \rightarrow 5.92816$$

$f(x) := b \cdot a^x \rightarrow$ *Udført*

Altså blive foreskriften for den eksponentielle funktion $f(x) = 5.92816 \cdot (1.68687)^x$

b) Bestem funktionsværdien f(4)

Vi sætter 4 ind i funktionen på x's plads: $f(2) \rightarrow 16.8687$

Funktionsværdien er 16.9 når x=2.

Opgave 3

I en model kan udviklingen i antallet af rådyr i et bestemt område i Danmark beskrives ved funktionen

$\mathbf{n}(t):=25000\cdot(1.03)^{t}$ ▸ *Udført*

hvor $\mathbf{n}(t)$ beskriver antallet af dyr til tidspunktet t (målt i år efter år 2000).

a) Hvad fortæller tallene i forskriften om antallet af rådyr?

Tallet $b=25000$ er funktionens begyndelsesværdi, og fortæller dermed antallet af rådyr i området, til tidspunktet t=0, altså i år 2000.

Tallet $a=1.03$ er funktionens fremskrivningsfaktor og fortæller dermed hvordan antallet af rådyr i området, udvikler sig over tid.

Da $a>1$ er funktionen voksende.

$p=(1.03-1)\cdot 100$ ▸ $p=3.$

Antallet af rådyr vokser med 3% hvert år.

Opgave 4

I 2004 indsamlede man i et bestemt område 5382 malariamyg. Det årlige antal indsamlede malariamyg faldt herefter med 70 % om året.

a) Indfør passende variable og opstil en model, der beskriver udviklingen i det årlige antal indsamlede malariamyg som funktion af antal år efter 2004.

Vores model har en begyndelsesværdi $\mathbf{b}:=5382$ ▸ 5382

når $x=0$ (hvor x er antal år efter 2004).

Da antallet af myg falder med 70 % årligt, bliver fremskrivningsfaktoren i vores model

$\mathbf{a}:=1-\frac{70}{100}$ ▸ 0.3

Vi beskriver udviklingen med en eksponentiel funktion, da vi ser en procentvis ændring i antallet af indsamlede myg hvert år.

$\mathbf{f}(x):=\mathbf{b}\cdot\mathbf{a}^{x}$ ▸ *Udført*

Dermed kan udviklingen i antallet af indsamlede myg beskrives med funktionen

$\mathbf{f}(x)$ ▸ $5382\cdot(0.3)^{x}$

b) Vis udviklingen af den årlige mængde indsamlede malariamyg på en graf.

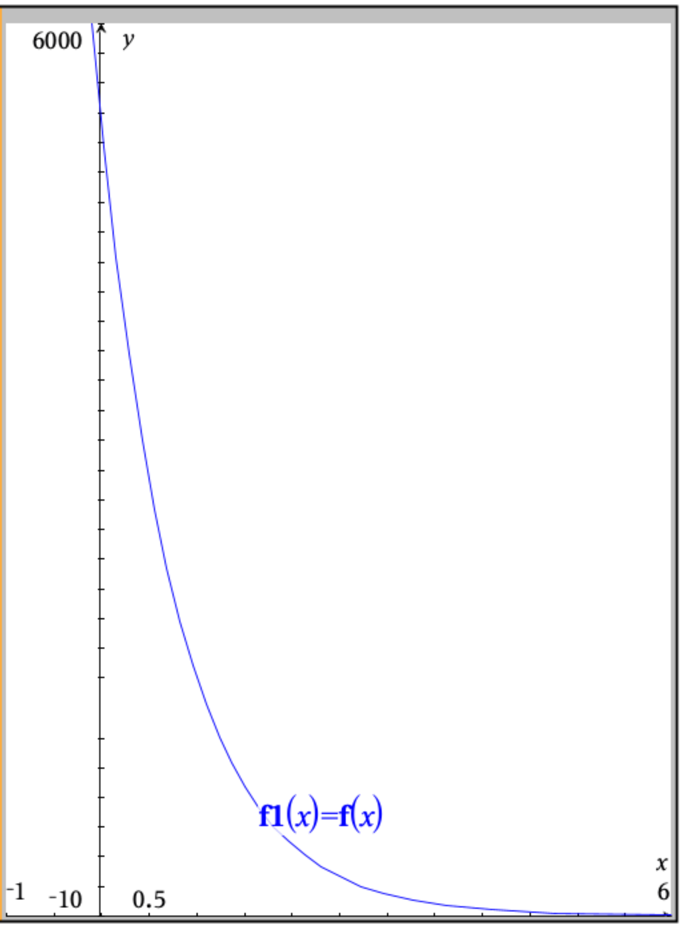
Grafen for funktionen, der beskriver udviklignen, kan ses på figuren til højre.

c) Hvor mange malariamyg vil man ifølge modellen forvente at der blev indfanget i år 2009?

Vi bruger vores model til at se hvor mange myg der blev indfanget i år 2009, hvor $x=5$.

$f(5) ▸ 13.0783$

Modellen forudsiger at der kun blev indfanget 13 myg i året 2009.



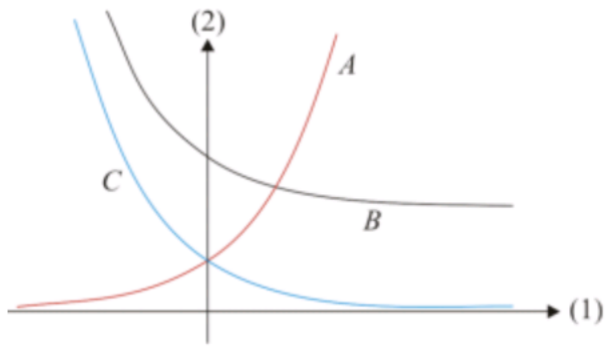
Opgave 5

Hver af de tre grafer A, B og C på figuren er graf for en af de tre funktioner f, g og h. De tre funktioner er bestemt ved:

$f(x)=0.5^x$

$g(x)=2^x$

$h(x)=0.5^x+2$



a) Gør for hver af graferne A, B, og C rede for hvilken af de tre funktioner den er graf for.

Grafen A, er den eneste voksende funktion og dermed må det være afbilledningen af g(x) da denne har en fremskrivningsfaktor $a=2$, og dette er den eneste de tre funktioner med en fremskrivningsfaktor der er større end 1. Linjen A må være funktionen $g(x)$

Grafen for B og C er begge aftagende funktioner, hvilket passer til funktionerne f(x) og h(x), da deres fremskrivnings faktor er $a=0.5$

Linjen C må være funktionen $f(x)$ da denne funktion krydser y-aksen i

$f(0)=(0.5)^0 ▸ f(0)=1.$

Hvorimod linjen B krydser y-aksen højere, svarende til $h(0)=(0.5)^0+2 ▸ h(0)=3.$

Linjen B må derfor være funktionen $h(x)$

Opgave 6

I en model kan sammenhængen mellem højde og alder for drenge i alderen 5 år til 17 år beskrives ved:

$\mathbf{y}(x) := 5.5 \cdot x + 110$ ‣ *Udført*

Hvor y er højden målt i cm og x er alderen målt i år efter det femte år.

Gør rede for hvad tallene i modellen fortæller om drengens højde.

Modellen er en lineær funktion med hældningskoefficienten $\mathbf{a} = 5.5$ og begyndelsesværdien $b = 110$.

Begyndelsesværdien fortæller os at drengen har en højde på 110, når x=0, svarende til en alder på 5 år.

Hældningskoefficienten fortæller os at drengen vokser 5.5 cm hver eneste år.