

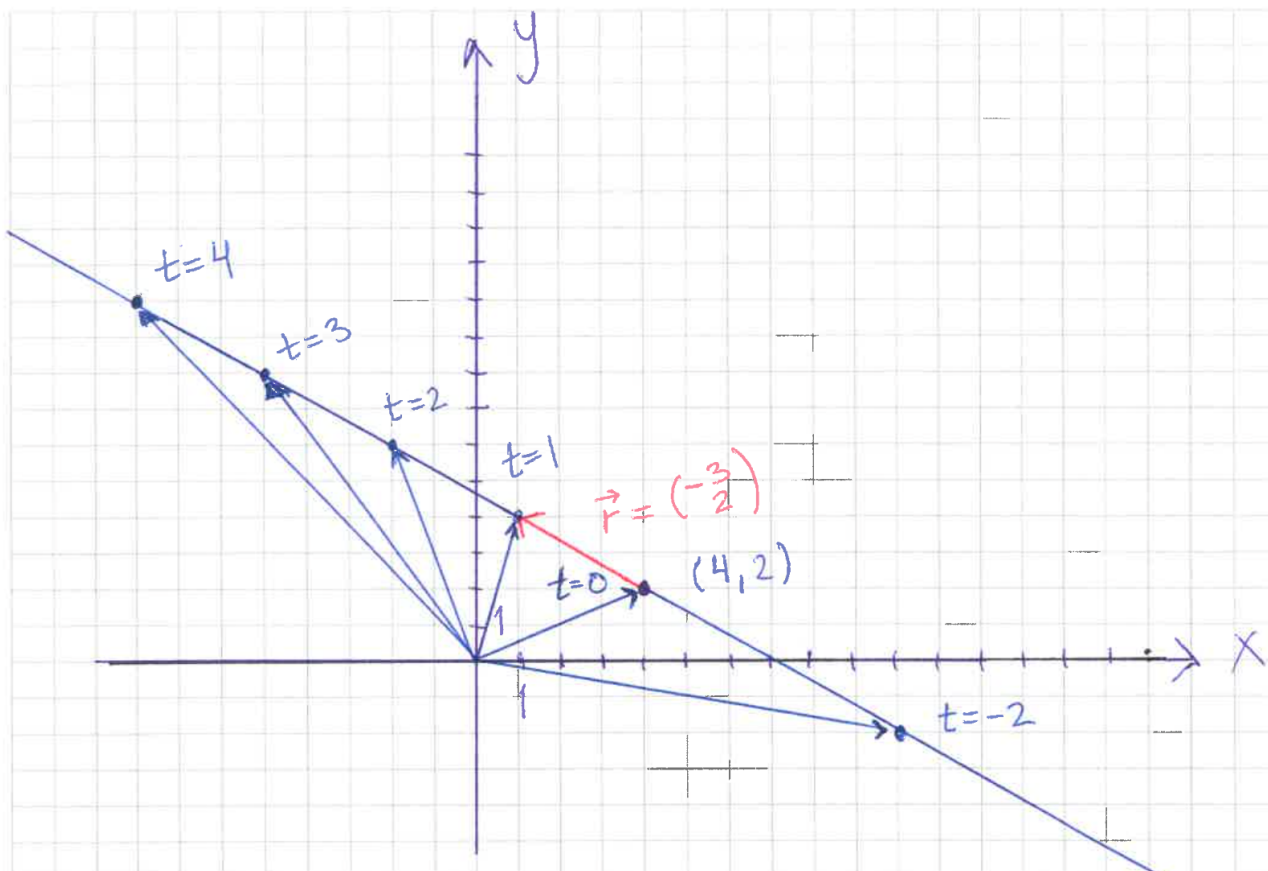
1. Vektorfunktioner og banekurver

Vi ved at rette linjer i planen kan beskrives ved en parameterfremstilling.

Det kunne eksempelvis være linjen gennem punktet $(4,2)$ med retningsvektor $\vec{r} = \begin{pmatrix} -3 \\ 2 \end{pmatrix}$

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} -3 \\ 2 \end{pmatrix}, t \in \mathbb{R}$$

$$\Downarrow \vec{s}(t) = \begin{pmatrix} x(t) \\ y(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 - 3t \\ 2 + 2t \end{pmatrix}, t \in \mathbb{R}$$



Ethvert punkt på linjen bliver med stedvektoren $\vec{s}(t)$ peget ud i koordinatsystemet, når vi indsætter værdier på parameteren t 's plads.

t	-2	0	1	2	3	4
$x(t) = 4 - 3t$	10	4	1	-2	-5	-8
$y(t) = 2 + 2t$	-2	2	4	6	8	10

Når parameterfremstillingen for linjen ovenfor beskrives på formen $\vec{s}(t) = \begin{pmatrix} x(t) \\ y(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4-3t \\ 2+2t \end{pmatrix}$ siger vi, at den er beskrevet ved en *vektorfunktion*, idet vi kalder $x(t)$ og $y(t)$ for banekurvens/parameterkurvens *koordinatfunktioner*. Vi betegner ofte vektorfunktionen med $\vec{s}(t)$. Banekurven er grafen for vektorfunktionen.

Med vektorfunktioner kan vi beskrive banekurver for andre grafer end rette linjer.

Eksempel

Vektorfunktionen

$$\vec{s}(t) = \begin{pmatrix} x(t) \\ y(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} t^2 + 1 \\ 2t + 6 \end{pmatrix}$$

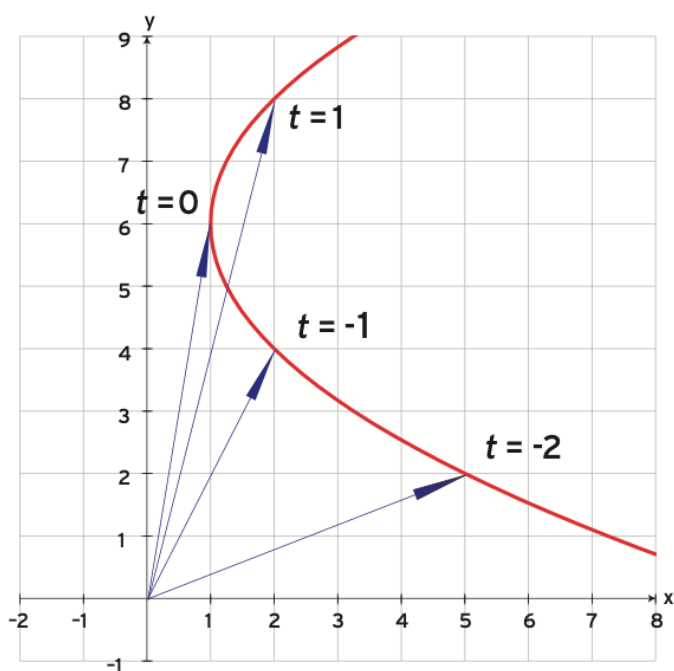
har koordinatfunktionerne

$$x(t) = t^2 + 1 \text{ og } y(t) = 2t + 6$$

Vi beregner koordinater til en række støttepunkter ved at indsætte forskellige værdier på t 's plads for at kunne tegne banekurven.

t	-2	-1	0	1
$x(t) = t^2 + 1$	5	2	1	2
$y(t) = 2 \cdot t + 6$	2	4	6	8

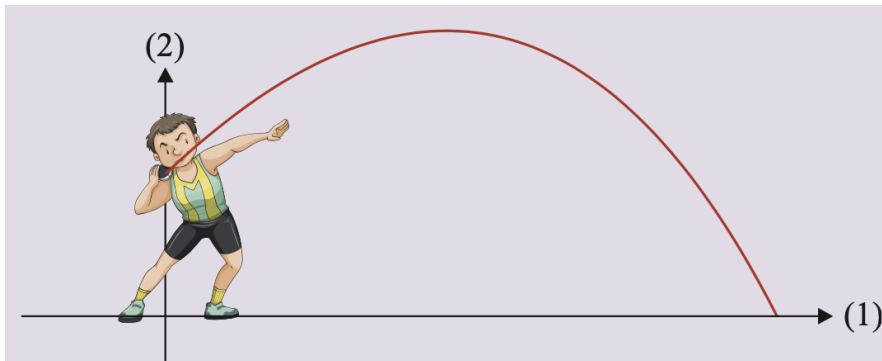
Nu kan banekurven tegnes



Maple

Banekurver kan let tegnes i Maple. Åben dokumentet "1. Vektorfunktioner.mw" for at se hvordan man gør.

Opgave 1 skråt kast (MED hjælpemidler)



I en model beskriver vektorfunktionen $\vec{s}(t)$ banekurven for et kuglestød

$$\vec{s}(t) = \begin{pmatrix} 11,2 \cdot t \\ -4,91 \cdot t^2 + 8,43 \cdot t + 1,7 \end{pmatrix}, t \geq 0$$

hvor $x(t)$ og $y(t)$ måles i meter, og t måles i sekunder efter kastets start.

- Tegn banekurven for $\vec{s}(t)$ i Maple.
- Bestem kuglens position efter hhv. 0 og 1 sekund.
- Bestem kuglestødets længde.

Opgave 2 (UDEN hjælpemidler)

I et koordinatsystem er en vektorfunktion $\vec{r}$ givet ved

$$\vec{s}(t) = \begin{pmatrix} 2t + 1 \\ t^2 - 1 \end{pmatrix}$$

- Bestem $\vec{s}(1)$
- Undersøg, om punktet $Q(7,8)$ ligger på banekurven for $\vec{s}(t)$

Opgave 3 (UDEN hjælpemidler)

En vektorfunktion $\vec{s}$ er givet ved

$$\vec{s}(t) = \begin{pmatrix} 9 - t^2 \\ \frac{1}{4}t^3 - 4t \end{pmatrix}$$

Ligger punktet $P(5,6)$ på banekurven for $\vec{s}$?

Opgave 4 (UDEN hjælpemidler)

En vektorfunktion $\vec{s}$ er givet ved

$$\vec{s}(t) = \begin{pmatrix} x(t) \\ y(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} t^2 - 5t + a \\ t + 1 \end{pmatrix}, t \in \mathbb{R}$$

hvor a er et tal.

a) Bestem tallet a , så parameterkurven for $\vec{s}$ går gennem punktet $P(0,2)$.

Opgave 5 (UDEN hjælpemidler)

Herunder er indtegnet 5 kurver. Hvilken af kurverne passer til vektorfunktionen?

$$\vec{s}(t) = \begin{pmatrix} t \\ -2t - 2 \end{pmatrix}, t \in [-3,3]$$

