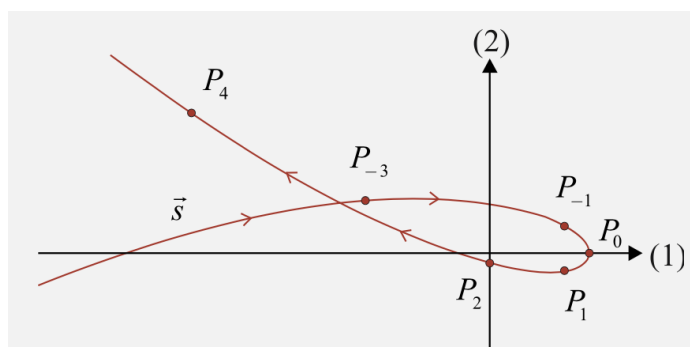


2.1 Banekurvens retning

Vektorfunktionen $\vec{s}$ er givet ved

$$\vec{s}(t) = \begin{pmatrix} -t^2 + 4 \\ 0,1 \cdot t^3 + 0,2 \cdot t^2 - t \end{pmatrix}, t \in \mathbb{R}$$

På banekurven er udvalgte punkter markeret. Ved at se på den rækkefølge støttepunkterne fremkommer i, når t vokser, kan retningen for parameterkurven fastlægges. Der sættes ofte pile på banekurven, så vi kan se, i hvilken retning den gennemløbes.



Eksempel 2.1.1

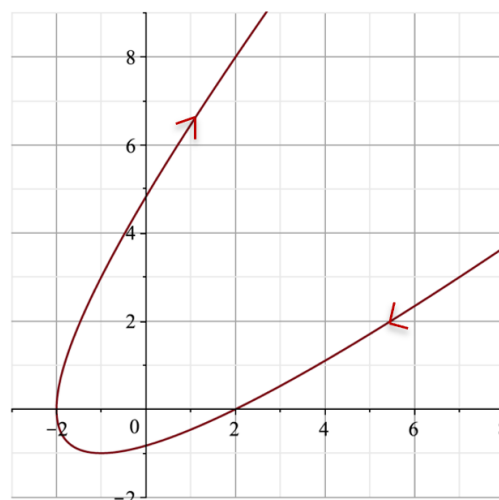
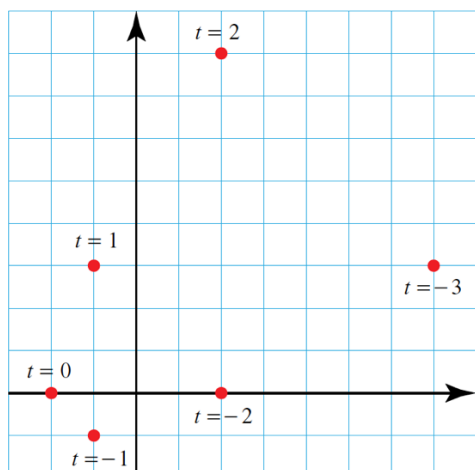
Vektorfunktionen $\vec{s}$ er givet ved

$$\vec{s}(t) = \begin{pmatrix} t^2 - 2 \\ t^2 + 2t \end{pmatrix}, t \in \mathbb{R}$$

Først bestemmes $\vec{s}(-3) = \begin{pmatrix} (-3)^2 - 2 \\ (-3)^2 + 2 \cdot (-3) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 \\ 3 \end{pmatrix}$. Flere punkter på banekurven er vist i tabellen

t	-3	-2	-1	0	1	2	3
$x(t)$	7	2	-1	-2	-1	2	7
$y(t)$	3	0	-1	0	3	8	15

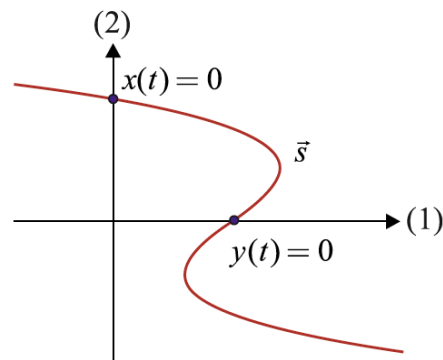
Hvis vi indsætter disse punkter i et koordinatsystem sammen med t , så kan vi se i hvilken rækkefølge de skal forbindes – billedet til venstre nedenfor. Til højre ses banekurven.



2.2 Skæring med koordinataksene

Banekurvens skæring med akserne bestemmes ved at løse hver af ligningerne $x(t) = 0$ og $y(t) = 0$, og dernæst indsætte den eller de fundne værdier for t i $\vec{s}(t)$.

Man løser ligningen $y(t) = 0$ for at bestemme skæringspunkter med førsteaksen, og man løser ligningen $x(t) = 0$ for at bestemme eventuelle skæringspunkter med y -aksen.



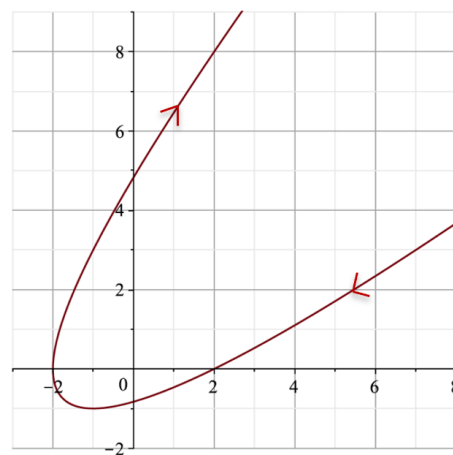
Bemærk, at banekurver i modsætning til grafer for almindelige funktioner godt kan have flere skæringspunkter med y -aksen.

Eksempel 2.2.1

I eksempel 2.1.1 så vi på vektorfunktionen $\vec{s}$, som er givet ved

$$\vec{s}(t) = \begin{pmatrix} t^2 - 2 \\ t^2 + 2t \end{pmatrix}, t \in \mathbb{R}$$

På figuren kan vi se, at skæringspunkter med x -aksen er hhv. $(-2, 0)$ og $(2, 0)$.



Da punkter på x -aksen har y -koordinaten 0, kan vi beregne skæringspunkterne ved at sætte y -koordinaten i $\vec{s}(t)$ lig med 0.

$$y(t) = 0 \Leftrightarrow t^2 + 2t = 0 \Leftrightarrow t \cdot (t + 2) = 0 \Leftrightarrow t = -2 \vee t = 0$$

Dette giver os parameterværdierne til skæringspunkterne. Indsættes disse i vektorfunktionen får vi en stedvektor til skæringspunkterne med x -aksen:

$$\begin{aligned}\vec{s}(-2) &= \begin{pmatrix} (-2)^2 - 2 \\ (-2)^2 + 2 \cdot (-2) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \end{pmatrix} \\ \vec{s}(0) &= \begin{pmatrix} 0^2 - 2 \\ 0^2 + 2 \cdot 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ 0 \end{pmatrix}\end{aligned}$$

Dvs. banekurven skærer x -aksen i punkterne $(-2, 0)$ og $(2, 0)$.

Tilsvarende findes skæringspunkterne med y -aksen. Her sættes x -koordinaten i $\vec{s}(t)$ lig med 0.

$$x(t) = 0 \Leftrightarrow t^2 - 2 = 0 \Leftrightarrow t^2 = 2 \Leftrightarrow t = -\sqrt{2} \text{ eller } t = \sqrt{2}$$

Disse parameterværdier indsættes i vektorfunktionen.

$$\begin{aligned}\vec{s}(-\sqrt{2}) &= \begin{pmatrix} (-\sqrt{2})^2 - 2 \\ (-\sqrt{2})^2 + 2 \cdot (-\sqrt{2}) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 - 2\sqrt{2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ -0.8284 \end{pmatrix} \\ \vec{s}(\sqrt{2}) &= \begin{pmatrix} \sqrt{2}^2 - 2 \\ \sqrt{2}^2 + 2 \cdot \sqrt{2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 + 2\sqrt{2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 4.8284 \end{pmatrix}\end{aligned}$$

Dvs. banekurven skærer y -aksen i punkterne $(0, -0.8284)$ og $(0, 4.8284)$.

Opgave 2.1 (MED hjælpemidler)

En vektorfunktion er givet ved

$$\vec{s}(t) = \begin{pmatrix} -t^2 + 4 \\ 0,1 \cdot t^3 + 0,2 \cdot t^2 - t \end{pmatrix}, t \in \mathbb{R}$$

- Tegn parameterkurven for $\vec{s}(t)$.
- Bestem koordinatsættene til parameterkurvens eventuelle skæringspunkter med akserne.

Opgave 2.2 (MED hjælpemidler)

I et koordinatsystem i planen bevæger et punkt P sig, så der til tidspunktet t gælder, at

$$\overrightarrow{OP_t} = \begin{pmatrix} t^3 - 3t \\ t^2 - 4 \end{pmatrix}, -2,25 \leq t \leq 2,25$$

- Tegn banekurven for P 's bevægelse.
- Bestem koordinatsættene til hvert af de punkter, hvori banekurven skærer en af koordinataksene.

STX A den 28. maj 2021
UDEN HJÆLPEMIDLER

En vektorfunktion $\vec{r}$ er givet ved

$$\vec{r}(t) = \begin{pmatrix} t^2 + 2t - 3 \\ t + 1 \end{pmatrix}.$$

- a) Bestem koordinatsættet til hvert af skæringspunkterne mellem parameterkurven for $\vec{r}$ og andenaksen.

STX A den 25. maj 2020
UDEN HJÆLPEMIDLER

En vektorfunktion $\vec{s}$ er givet ved

$$\vec{s}(t) = \begin{pmatrix} 0,5 \cdot t^2 \\ 2 \cdot t + 6 \end{pmatrix}, \quad t \in \mathbb{R}.$$

- a) Bestem $\vec{s}(1)$.
- b) Undersøg, om parameterkurven for $\vec{s}$ går igennem punktet $P(2,10)$.

