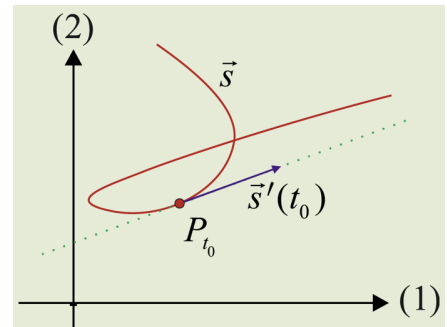


5.1 Tangenter til vektorfunktioner

Definition (Tangentvektor og tangent)

Hvis $\vec{s}(t) = \begin{pmatrix} x(t) \\ y(t) \end{pmatrix}$ er differentiabel i t_0 , og $\vec{s}'(t_0) \neq \vec{0}$ kaldes $\vec{s}'(t_0)$ for *tangentvektoren* til banekurven for $\vec{s}(t)$ i punktet $P_{t_0}(x(t_0), y(t_0))$.

Linjen gennem punktet $P_{t_0}(x(t_0), y(t_0))$ med tangentvektor $\vec{s}'(t_0) = \begin{pmatrix} x'(t_0) \\ y'(t_0) \end{pmatrix}$ som retningsvektor kaldes for banekurvens *tangent* i P_0 .



Eksempel 4.1

En vektorfunktion $\vec{s}(t)$ er givet ved

$$\vec{s}(t) = \begin{pmatrix} -t^3 + 3t + 5 \\ t \end{pmatrix}, t \in \mathbb{R}$$

Vi definerer vektorfunktionen i Maple

$$x(t) := -t^3 + 3t + 5 = t \rightarrow -t^3 + 3t + 5$$

$$y(t) := t = t \rightarrow t$$

$$\vec{s}(t) := \langle x(t), y(t) \rangle = t \rightarrow \langle x(t), y(t) \rangle$$

Jeg vil finde tangentvektoren i det punkt der hører til $t_0 = 1$

Punkt: $\vec{s}(1) = \begin{bmatrix} 7 \\ 1 \end{bmatrix}$

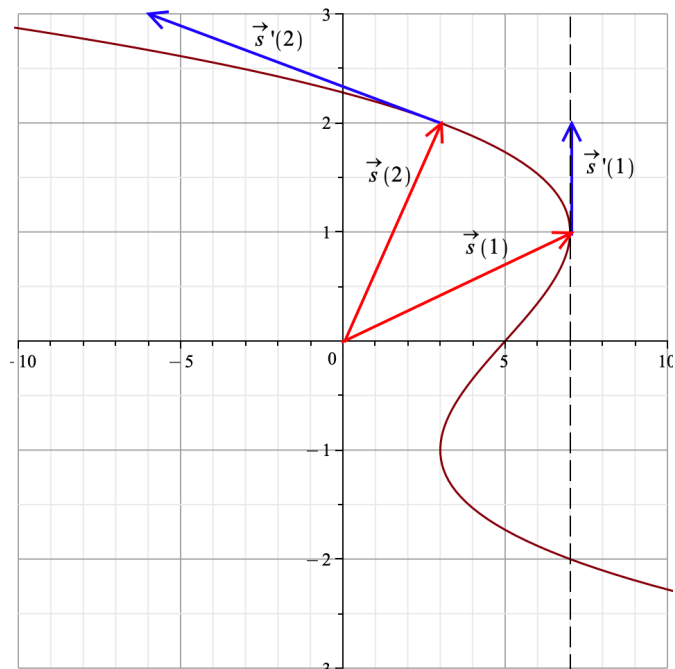
Tangentvektor: $\vec{s}'(1) = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$

Dvs. i punktet (7,1) er tangentvektoren $\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$.

Jeg vil finde tangentvektoren i det punkt der hører til $t_0 = 2$

Punkt: $\vec{s}(2) = \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \end{bmatrix}$

Tangentvektor: $\vec{s}'(2) = \begin{bmatrix} -9 \\ 1 \end{bmatrix}$



Dvs. i punktet $(3,2)$ er tangentvektoren $\begin{pmatrix} -9 \\ 1 \end{pmatrix}$.

Den lodrette tangent til banekurven i det punkt der hører til $t_0 = 1$ har parameterfremstillingen

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 \\ 1 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Hvad er parameterfremstillingen til tangenten til banekurven i det punkt, der hører til $t_0 = 2$?

Opgave 5.1.1 (MED hjælpemidler)

En vektorfunktion er givet ved

$$\vec{s}(t) = \begin{pmatrix} t^3 - 3t \\ -t^4 + 4t^2 \end{pmatrix}, t \in [-2.5, 2.5]$$

- Bestem en parameterfremstilling for tangenten til parameterkurven for $\vec{s}$ i punktet P_{-1} .
- Tegn parameterkurven for $\vec{s}$ i intervallet $t \in [-2.2, 2.2]$ sammen med tangenten i P_{-1} .

Opgave 5.1.2 (MED hjælpemidler)

Bestem en parameterfremstilling for tangenten til parameterkurven for vektorfunktion

$$\vec{s}(t) = \begin{pmatrix} 2t^3 - 4t^2 \\ 2t^2 - 2t \end{pmatrix}$$

i punktet $P(0,4)$

Opgave 5.1.3 (MED hjælpemidler)

En vektorfunktion er givet ved

$$\vec{s}(t) = \begin{pmatrix} -t^2 + 4 \\ 0.1t^3 + 0.2t^2 - t \end{pmatrix}, t \in \mathbb{R}$$

Banekurven for $\vec{s}(t)$ ses til højre.

- Bestem $\vec{s}'(t)$.
- Bestem tangentvektoren i punktet P_{-3} .
- Benyt den fundne tangentvektor til at afgøre banekurvens retning.

