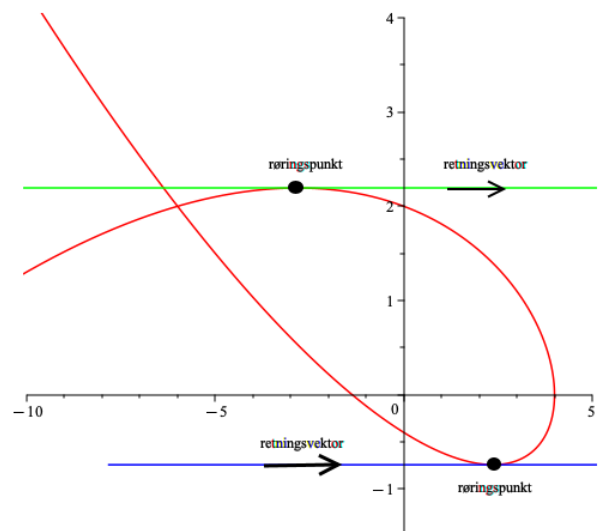


## 5.2 Lodrette og vandrette tangenter

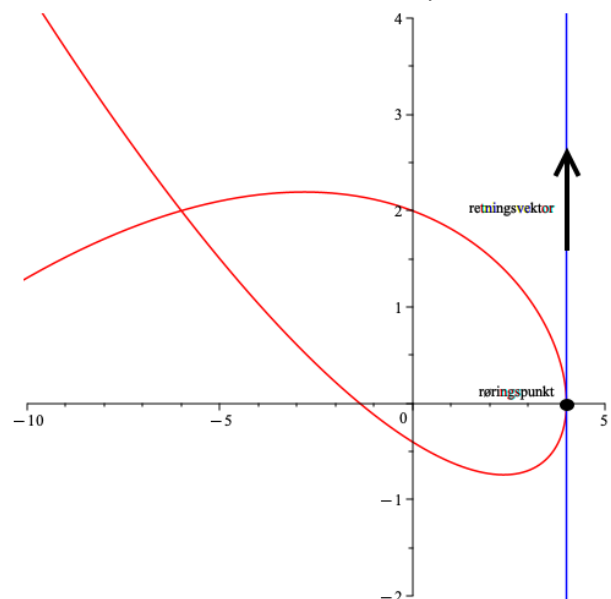
For at undersøge om en banekurve for en vektorfunktion indeholder vandrette eller lodrette tangenter skal tangentvektoren undersøges. Der gælder, at hvis der skal bestemmes punkter (tidspunkter) på banekurven, hvor der er vandrette tangenter, så må tangentvektorens  $y$ -koordinat være lig med 0. For lodrette tangenter må tangentvektorens  $x$ -koordinat være lig med 0.

$$\vec{s}(t) = \begin{pmatrix} x(t) \\ y(t) \end{pmatrix}$$

Vandret tangent:  $y'(t) = 0$



Lodret tangent:  $x'(t) = 0$



## Metode til at finde vandret og lodret tangent

1. Find tidspunkter, hvor der er lodret tangent ved at løse  $x'(t) = 0$

2. Find retningsvektor og punkt til parameterfremstilling til lodret tangent

ved at indsætte den fundne  $t$ -værdi i  $\vec{s}'(t)$  og  $\vec{s}(t)$

3. Find vandret tangent ved at løse  $y'(t) = 0$

4. Find retningsvektor og punkt til parameterfremstilling til vandret tangent

ved at indsætte den fundne  $t$ -værdi i  $\vec{s}'(t)$  og  $\vec{s}(t)$

**Eksempel:** Åben Maple dokumentet:

*5.2 Lodrette og vandrette tangenter\_plot af banekurve og tangent.mw*

### Opgave 5.2.1 (MED hjælpemidler)

En banekurve for en vektorfunktion er givet ved

$$\vec{s}(t) = \begin{pmatrix} t^2 - 1 \\ t^3 - 3t \end{pmatrix}, t \in \mathbb{R}$$

a) Bestem røringpunkter for vandrette tangenter.

b) Bestem røringpunkt for lodret tangent.

### Opgave 5.2.2 (MED hjælpemidler)

En parameterkurve er givet ved

$$\vec{s}(t) = \begin{pmatrix} t^3 - 3t \\ t^4 - 5t^2 + 4 \end{pmatrix}, t \in \mathbb{R}$$

a) Bestem røringpunkter for vandrette tangenter.

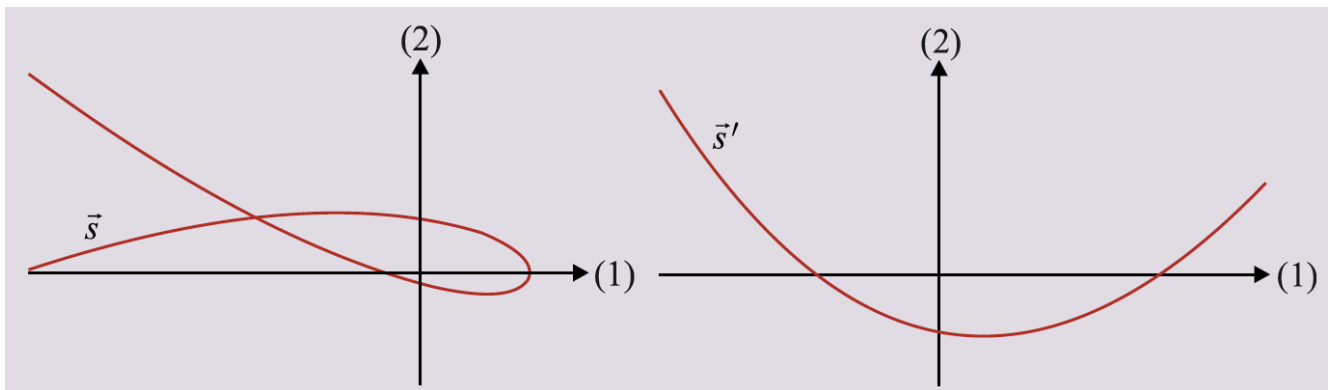
- b) Bestem røringpunkter for lodrette tangenter.
- c) Bestem ligninger for lodrette og vandrette tangenter.

### Opgave 5.2.3 (MED hjælpemidler)

En vektorfunktion er givet ved

$$\vec{s}(t) = \begin{pmatrix} -t^2 + 4 \\ 0,1 \cdot t^3 + 0,2 \cdot t^2 - t \end{pmatrix}, t \in \mathbb{R}$$

- a) Tegn banekurven for  $\vec{s}(t)$ .
- b) Bestem koordinatsættene til røringpunkterne for eventuelle lodrette og vandrette tangenter til banekurven for  $\vec{s}(t)$ .



Ovenfor ses banekurven for  $\vec{s}(t)$  til venstre og banekurven for  $\vec{s}'(t)$  til højre.

- c) Bestem  $t$ -værdierne for de punkter, hvor parameterkurven for  $\vec{s}'(t)$  skærer en af akserne.
- d) Bestem de punkter på parameterkurven for  $\vec{s}(t)$ , der hører til de fundne  $t$ -værdier.
- e) Hvilken betydning har det for parameterkurven for  $\vec{s}(t)$ , når parameterkurven for  $\vec{s}'$  skærer akserne?