

6. Hastighed og acceleration

Definition af hastighed og acceleration

Lad $\vec{s}(t) = \begin{pmatrix} x(t) \\ y(t) \end{pmatrix}$ være en differentiabel vektorfunktion.

Den afledede funktion $\vec{s}'(t)$ kaldes for *hastighedsvektoren* og betegnes $\vec{v}(t)$.

Dvs. $\vec{v}(t) = \vec{s}'(t) = \begin{pmatrix} x'(t) \\ y'(t) \end{pmatrix}$

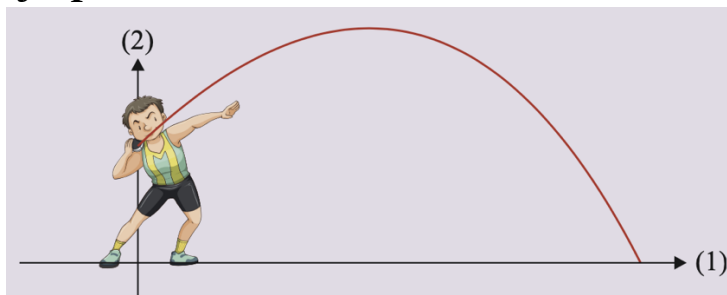
Længden af hastighedsvektoren $|\vec{v}(t)|$ kaldes for *farten*.

Dvs. $|\vec{v}(t)| = \sqrt{x'(t)^2 + y'(t)^2}$

Den dobbelt afledede $\vec{s}''(t)$ kaldes for *accelerationsvektoren* og betegnes $\vec{a}(t)$.

$$\vec{a}(t) = \vec{v}'(t) = \vec{s}''(t) = \begin{pmatrix} x''(t) \\ y''(t) \end{pmatrix}$$

Opgave 6.1 (MED hjælpemidler)



I en model beskriver vektorfunktionen $\vec{s}$ banekurven for et kuglestød

$$\vec{s}(t) = \begin{pmatrix} 11,2 \cdot t \\ -4,91 \cdot t^2 + 8,43 \cdot t + 1,7 \end{pmatrix}, t \geq 0$$

hvor $x(t)$ og $y(t)$ måles i meter, og t måles i sekunder efter kastets start.

- Bestem hastighedsvektoren $\vec{v}(t)$ for $\vec{s}(t)$.
- Bestem hastighedsvektoren $\vec{v}(0)$ til tidspunktet $t = 0$.
- Bestem farten til tidspunktet $t = 0$
- Bestem vha. $\vec{v}(t)$ den vinkel med vandret, som tangenten til banekurven for kuglen har til tidspunktet $t = 0$.
- Bestem accelerationsvektoren $\vec{a}(t)$ for $\vec{s}(t)$

Opgave 6.2 (UDEN hjælpemidler)

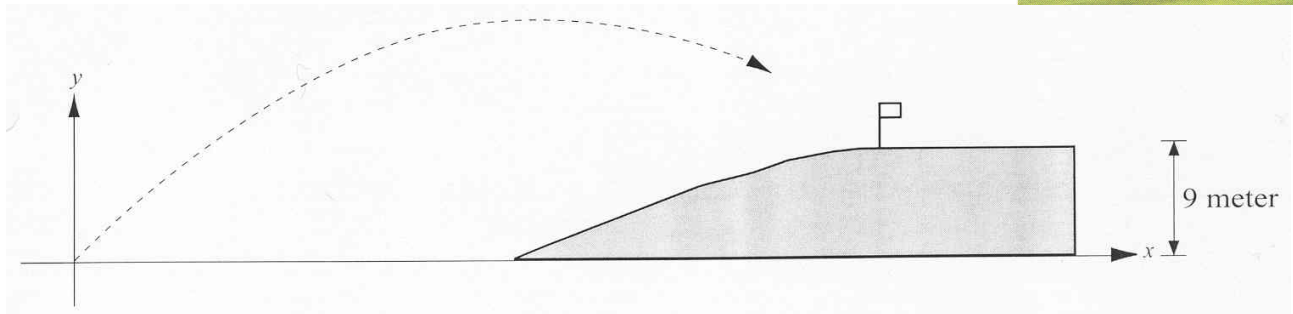
En vektorfunktion er givet ved

$$\vec{s}(t) = \begin{pmatrix} e^t \cdot \cos(t) \\ e^t \cdot \sin(t) \end{pmatrix}, t \in \mathbb{R}$$

- a) Bestem hastighedsvektoren $\vec{v}(t)$.
- b) Bestem accelerationsvektoren $\vec{a}(t)$.

Opgave 6.3 (MED hjælpemidler)

En golfspiller slår til en golfbold. Figuren nedenfor viser boldens bane indlagt i et retvinklet koordinatsystem (figuren er ikke målfast).



Golfboldens bane er en del af en parabel, og kurven kan beskrives ved vektorfunktionen

$$\vec{s}(t) = \begin{pmatrix} 23t \\ 23t - 5t^2 \end{pmatrix}$$

hvor t er tiden målt i sekunder og koordinatfunktionerne $x(t)$ og $y(t)$ måles i meter. Det forudsættes at bolden lander 9 meter over x-aksen.

- a) Bestem hvor lang tid bolden er i luften.
- b) Bestem ved beregning i Maple koordinaterne til nedslagspunktet.
- c) Bestem boldens fart i det øjeblik den rammer jorden.
- d) Bestem boldens maksimale højde.