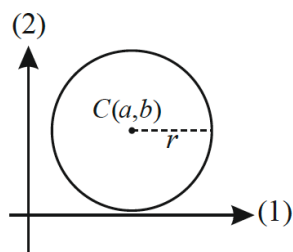


7. Cirkelns parameterfremstilling

Sætning 7.1 (Formel 190 side 32 i formelsamling stx A-niveau)



Parameterfremstillingen for en cirkel med centrum $C(a, b)$ og radius r

$$(190) \quad \begin{pmatrix} x(t) \\ y(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} r \cdot \cos(t) \\ r \cdot \sin(t) \end{pmatrix}$$

Bevis:

Tegningen til højre viser en cirkel med centrum i (a, b) og radius r .

Et punkt P på cirkelperiferien kan beskrives vha. stedvektoren $\overrightarrow{OC}$ og vektoren fra centrum til cirkelperiferien $\overrightarrow{CP}$.

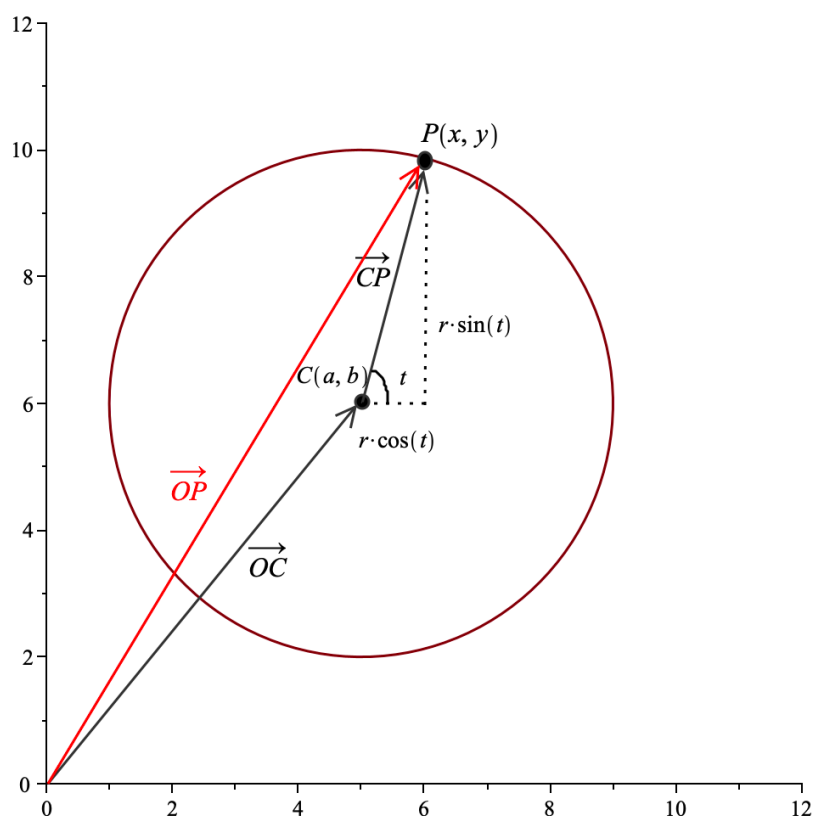
Der gælder at

$$\overrightarrow{OP} = \begin{pmatrix} x - 0 \\ y - 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

$$\overrightarrow{OC} = \begin{pmatrix} a - 0 \\ b - 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$$

$$\overrightarrow{CP} = \begin{pmatrix} r \cdot \cos(t) \\ r \cdot \sin(t) \end{pmatrix}$$

fordi



$$\cos(t) = \frac{x_1}{r} \Leftrightarrow x_1 = r \cdot \cos(t)$$

$$\sin(t) = \frac{y_1}{r} \Leftrightarrow y_1 = r \cdot \sin(t)$$

Dvs. vektorfunktionen kan beskrives ved

$$\overrightarrow{OP} = \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{CP}$$

$$\begin{pmatrix} x(t) \\ y(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} r \cdot \cos(t) \\ r \cdot \sin(t) \end{pmatrix}$$

Q.E.D

Opgave 7.1 Bevis for cirkels parameterfremstilling

Gå sammen to og to og gennemgå beviset for cirkels parameterfremstilling for hinanden.

Opgave 7.2

En cirkel er givet ved ligningen $(x - 2)^2 + (y - 3)^2 = 25$

a) Angiv parameterfremstillingen for cirklen.

Opgave 7.3

En cirkel C er givet ved ligningen C: $x^2 + x + y^2 - \frac{1}{2}y = \frac{1}{4}$

a) Omskriv cirkels ligning på formen $(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$

b) Angiv parameterfremstillingen for cirklen.