

3. Niveaukurver

Definition 3.1 Niveaukurver

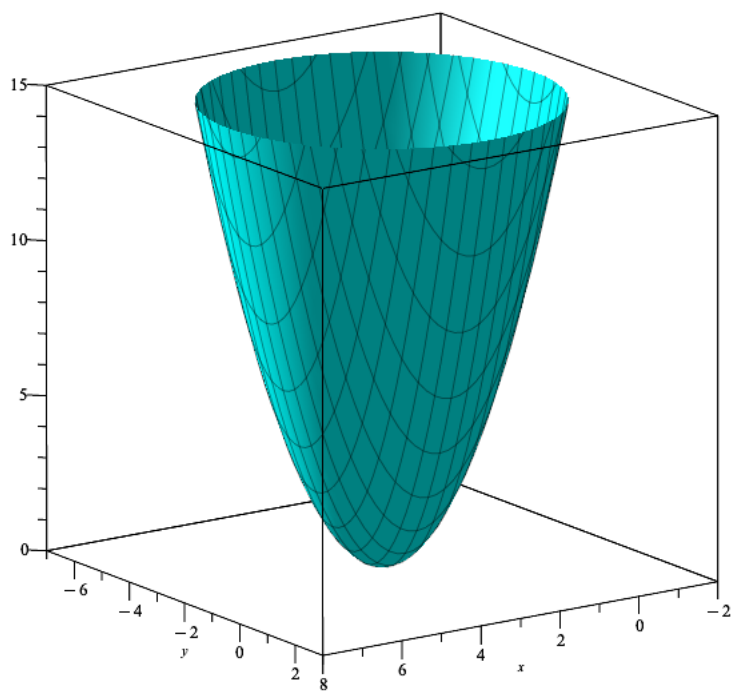
Lad $f(x, y)$ være en funktion af to variable. En *niveaukurve* hørende til værdien $k \in V_m(f)$ er kurven givet ved ligningen

$$f(x, y) = k$$

En niveaukurve er med andre ord et vandret (xy -planen) snit gennem grafen for f . Niveaukurver er funktionens *højdekurver*, der er projiceret ned i xy -planen.

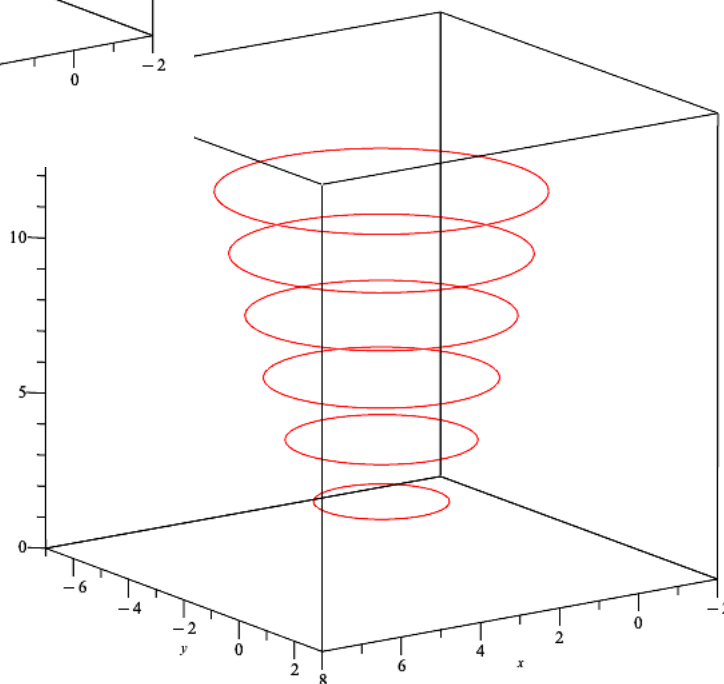
Eksempel 3.1

Vi ser på funktionen $f(x, y) = (x - 3)^2 + (y + 2)^2$. Nedenfor har vi tegnet grafen for funktionen i Maple.



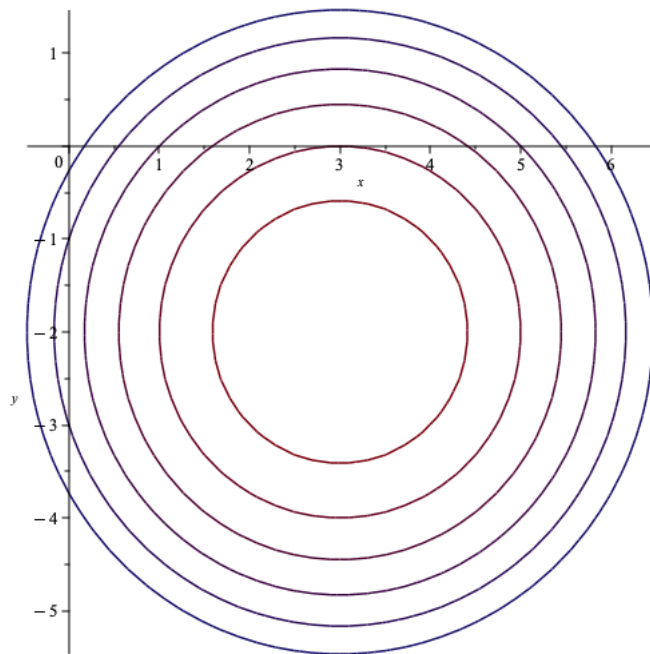
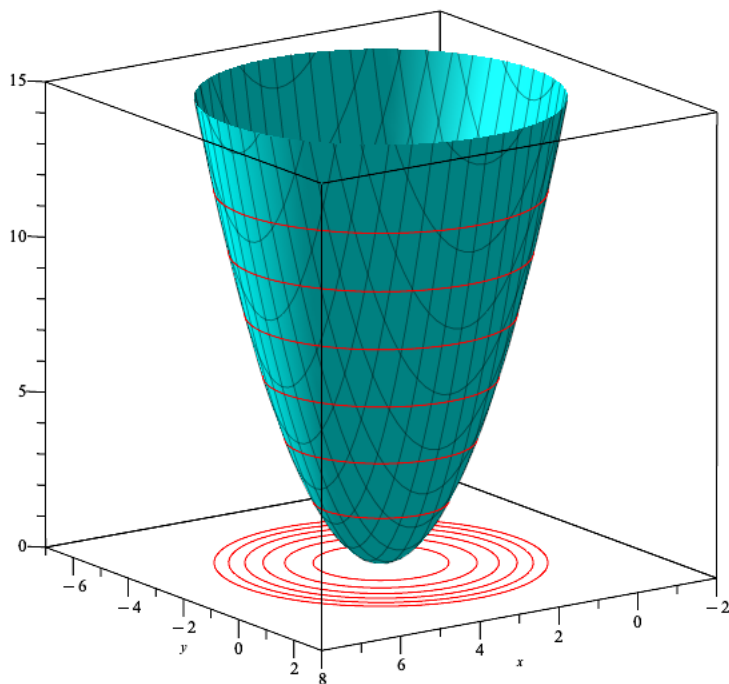
Vi kan se at funktionen har et minimum i $(3, -2)$ med z -værdien 0.

Vi indtegner højdekurver svarende til z -værdierne 2, 4, 6, 8, 10, 12.



Højdekurverne er de kurver der fremkommer, når vi laver vandrette snit igennem vores flade.

Hvis vi projicerer højdekurverne ned i xy -planen får vi niveaukurverne. Vi kan få dem vist i både 3D og 2D



Øvelse 3.1

Bestem en ligning for niveaukurven $f(x, y) = 3$ for funktionen

$$f(x, y) = x^2 + 2y .$$

Hvilken type figur er denne niveaukurve?

Tegn et 3D-plot af grafen (fladen), højdekurven $z = 3$ og niveaukurven.

Øvelse 3.2

Funktionen f er givet ved

$$f(x, y) = x(y - 1) - \frac{1}{4}y^2 .$$

a) Tegn et konturplot for $z = -2, -1, 0, 1, 2, 3$.

b) Brug Maple til at tegne grafen (fladen), højdekurverne $z = -2, -1, 0, 1, 2, 3$ og niveaukurven.

Øvelse 3.3 Benyt Maple til at tegne niveaukurverne for følgende 3 funktioner

$$f(x) = \ln(x^2 + y^2)$$

$$g(x) = x^2 - y^2$$

$$h(x) = \cos(x) \cdot \cos(y) \cdot e^{-\frac{\sqrt{x^2+y^2}}{4}}$$

Ud fra niveaukurverne snakkes nu om grafernes forløb. Til sidst tegnes graferne for de tre funktioner, og der sammenlignes med jeres observationer.