6 aflevering b ver. 02

Opgave 1

1.D2.2

Foto: www.colourbox.dk

Tabellen viser prisindekset for prisen på frisk mælk ved starten af årene 2010 og 2019. Basisåret er 2015.

Årstal	2010	2019
Indeks	91,1	129,7

Det oplyses, at en bestemt liter frisk mælk i 2010 kostede 9 kr.

a) Bestem prisen for en tilsvarende liter frisk mælk i 2019.

I det følgende antages det, at udviklingen i prisen på frisk mælk vokser eksponentielt i perioden 2010 – 2019.

b) Bestem den gennemsnitlige årlige procentvise stigning i prisen på frisk mælk i perioden 2010 – 2019.

c) Indfør passende variable, og opstil en model, der beskriver udviklingen i prisen på en liter frisk mælk i perioden 2010 – 2019.

a) Dette er formel 7 fra formelsamlingen

$S = \frac{I_S}{I_B} \cdot B$

$$\frac{129{,}7}{91{,}1} \cdot 9 = 12{,}81kr$$

b)

x: antal år efter 2010

y: prisen på mælk

Herefter kan vi bruge 2 punktsformlen for ekspotentielle funktioner. Dette er formel 100 i formelsamlingen.

Jeg bruger år 2010 som P1 0g 2019 som P2

$$a = \left(\frac{y_2}{y_1}\right)^{\frac{1}{x_2 - x_1}}$$

$$a = \left(\frac{12{,}81}{9}\right)^{\frac{1}{9-0}} = 1{,}04$$

Den procentvisestigning er så 4%

c)

For at opstille en model skal vi så også regne B værdien. Dette er formel 101, og vi kan bruge tallene fra overstående opgave.

$$b = \frac{y_1}{a^{x_1}}$$

$$b = \frac{9}{1{,}04^0} = 9$$

Ud fra dette man vi lave en model med forskriften:

$$f(x) = 9 \cdot 1{,}04^x$$

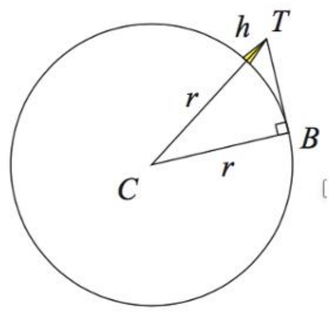
Hvor langt er der til horisonten fra verdens højeste bygning og fra ISS?

Opgave 2. Hvor langt er der til horisonten fra verdens højeste bygning

Højden h af verdens højeste bygning er 0,828 km. Sigtelinjen fra toppen T af bygningen til horisonten tangerer jorden i punktet B. Jordens radius r er 6371 km. Centrum af Jorden benævnes med C.

a) Bestem $\angle TCB$.

b) Bestem $|TB|$.



Størrelsesforholdene på figuren er ikke korrekte.

a)

$$Vinkel\ B = 90\ grader$$

Da det er en rettvinklet trekant kan vi bruge trigometri til at regne den næste vinkel. Vi skal dog bruge en information mere på følgende måde.

$$|CT| = r + h$$

Og ud fra det kan vi bruge Cos på følgende måde

$$Cos(C) = \frac{r}{r+h}$$

Og ud fra det kan vi så også sige følgende

$$\angle C = Cos^{-1}(\frac{r}{r+h})$$

Og med det vil så være som følgende

$$\angle C = Cos^{-1}\left(\frac{6371}{6371{,}828)}\right) = 0{,}9237°$$

(overstående er afrundet til 4 decimaler)

Og for at regne den sidste vinkel kan vi trække de kendte vinkler fra vinkel summen i en trekant.

$$\angle T = 180° - \angle B - \angle A$$

$$\angle T = 180° - 90° - 0{,}9237°$$

b)
Da vi kender længden af hypotenusen og den ene katete kan vi bruge Pythagoras sætning til at regne den sidste katete

$$a^2 + b^2 = c^2$$

$$b = \sqrt{c^2 - a^2}$$

$$|TB| = \sqrt{(r+h)^2 - r^2} = \sqrt{6371{,}828^2 - 6371^2 =} \, 102{,}718km$$

Opgave 3. Formel for afstanden til horisonten
Afstanden til horisonten for $d = |TB|$ afhænger af højden over jordoverfladen og af jordens radius

$$d = \sqrt{h^2 + 2 \cdot r \cdot h}$$

Vis hvordan formlen fremkommer.

I overstående opgave brugte vi følgende formel da det var Pythagoras

$$d = \sqrt{(r+h)^2 - r^2}$$

Den kan så omskrives som følgende

$$d = \sqrt{(r+h)^2 - r^2}$$
$$\Leftrightarrow$$
$$d = \sqrt{(r+h) \cdot (r+h) - r^2}$$

$$\Leftrightarrow$$
$$d = \sqrt{r^2 + 2rh + h^2 - r^2}$$
$$\Leftrightarrow$$
$$d = \sqrt{2 \cdot r \cdot h + h^2}$$

Opgave 4. Den tilnærmede formel for afstanden til horisonten
Da højden som regel er lille i forhold til jordens radius, kan der ses bort fra h^2, og dermed få følgende enkle formel for afstanden til horisonten

$$d \approx \sqrt{2 \cdot r \cdot h}$$

Hvor langt er der til horisonten fra verdens højeste bygning, når den enkle formel benyttes?

Når den enkle formel benyttes er der

$$d = \sqrt{2 \cdot 6371 \cdot 0{,}828 = 102{,}715km}$$

Altså en forskel på

$$102{,}718km - 102{,}715km = 0{,}03km$$

Opgave 5. *Hvor langt er der til jordens horisont set fra ISS og til månens horisont set fra månen?*

Til alle følgende besvarelser bruges den simple formel for distancen til horisonten.

a) Hvor langt var horisonten væk, da Felix Baungartner sprang fra 39 km højde?

Horisonten var følgende antal kilometer væk da Felix sprang.

$$d = \sqrt{2 \cdot 6371 \cdot 39} =\cdot 704{,}94km$$

b) Felix sprang fra en højde, der er 49 gange højere end verdens højeste bygning. Hvorfor er afstanden til horisonten 7 gange større for Felix, end fra den højeste bygning.

Grunden til afstanden kun er 7 gange stører er fordi hele udregningen er sat i kvadratrod. Vi kan vise det med følgende eksempel-

$$\sqrt{49} = 7$$

c) Hvor langt er horisonten væk, set for Andreas i den internationale rumstation (ISS), der befinder sig 373 km over jordens overflade?

Horisonten er følgende antal kilometer væk fra Andreas, når kan er på rumstationen.

$$d = \sqrt{2 \cdot 6371 \cdot 373} = 2180{,}08km$$

d) Andreas er 9 gange højere oppe end Felix. Hvorfor er afstanden til horisonten 3 gange større for Andreas end for Felix?

Igen er det fordi stigningen af værdi sker inden i kvadratroden og derfor skal der stører og stører distance for at kunne se mere. Vi kan igen se det på følgende måde.

$$\sqrt{9} = 3$$

e) Hvor langt er der til horisonten på månen, når månens radius er 1738 km og horisonten betragtes fra en højde af 2 m? Hvorfor er afstanden til horisonten her på jorden dobbelt så stor som den er på månen?

Distancen til horisonten på månen i 2 m højde er følgende.

$$d = \sqrt{2 \cdot 1738 \cdot 0{,}002} = 2{,}64km$$

Intuitivt kan man tænke det er fordi jorden har mindre kurve og derfor kan man se længere. Men det kan også vises på følgende måde.

Først skal vi se på forholdet mellem r begge steder.

$$\frac{6371}{1738} = 3{,}67$$

Altså jordens radius er 3,67 gange stører.
Derefter kan vi tage kvadratroden af forholdet mellem dem og se hvor stor en procentvis stigning der ville være i distancen man kan se.

$$\sqrt{3{,}67} = 1{,}91$$

Altså burde man kunne se ca. double så langt på jorden ende på månen