# Anvendelse af logaritmer, cent og decibel.

Hannah Fry, Numberphile, Webers law

<https://www.youtube.com/watch?v=hHG8io5qIU8>

**Vores sanser reagerer logaritmisk på en fysisk påvirkning fra omgivelserne**

*Hvis der er Meget, skal der Meget mere til, før vi kan Mærke det. (M&M&M)*

1. Det er nemt at se forskel mellem 10 prikker og 20 prikker, men umuligt at se forskel på 100 og 120 prikker
2. Man kan mærke en vægtforskel mellem 100 g og 120 g, men ikke mellem 200 g og 220 g. det er ikke vægtforøgelsen i sig selv, men vægtforøgelsen i forhold til startvægten.
3. Man kan afgøre en forskel mellem 1 og 2 sekunder, men det er svært at afgøre om der er gået 60 eller 61 s. Jo ældre man bliver jo hurtigere synes man et år går
4. Man kan se forskellen mellem en længde på 1 og 2 cm, men det er svært at se forskellen på 100 cm of 101 cm, hvid de to længder ikke er placeret lige op af hinanden. Det har betydning, hvis forskellige ruter på et kort angives med forskellig tykkelse

Netop mærkbar forskel hedder på engelsk ***J****ust-****N****oticeable* ***D****ifference* (JND). Se prik-eksemplet på

<https://en.wikipedia.org/wiki/Weber%E2%80%93Fechner_law>

## 1. Den ligesvævende stemning

Den ligesvævende stemning

En af de første der omtaler den ligesvævende stemning er Vincenzo Galilei (1520-1591).

Først i slutningen af 1800-tallet bliver den ligesvævende stemning dominerende.

*Krav til den ligesvævende stemning:*

1. Oktaven skal være ren.
2. Der skal være tolv halvtoner på en oktav.
3. Frekvensen skal vokse med den samme procent for hver halvtone.

Fremskrivningsfaktoren i den ligesvævende stemning ved brug af renteformlen

Da frekvensen skal vokse med den samme procent for hver halvtone, er det en eksponentiel vækst, hvor frekvensen fordobles efter 12 halvtoner. Fremskrivningsfaktoren *a* kan bestemmes ved at løse ligningen

Hver gang vi går en halvtone op, så vokser frekvensen med 5,95 %.

**Eksempel 1.** *Samme type vækst i bank og biologi*

1. Hvis en kapital fordobles på 12 år, så er den årlige rente 5,95 %
2. Hvis antallet af bakterier fordobles på 12 timer, så forøges antallet med 5,95 % per time

Frekvensen af halvtone *n* kan bestemmes ved brug af funktionen

**Opgave 1**

Begrund det røde og det grønne lighedstegn overfor

Tegn grafen over funktionen

## 2. Netop hørbar frekvensforskel og cent-skalaen

Hvis der et en netop hørbar forskel fra 100 Hz til 101 Hz, så kan man også høre forskel på en 1000 Hz og 1010 Hz. Det er en frekvensforskel på 10 Hz, men i begge tilfælde er det den samme procentforøgelse, nemlig 1 %. En halvtone inddeles i 100 lige store dele, kaldet 1 cent. Et halvtone-trin svarer til 100 cent, et kvarttone-trin til 50 cent.

hvor er startfrekvensen og er slutfrekvensen i et musikinterval

**Eksempel 1.** *Centværdien af en ligesvævende halvtone*

**Opgave 2.** *Ligesvævende intervallers centværdier*

1. Vis, at oktaven giver cent-værdien 1200
2. Vis, at den ligesvævende kvint giver cent-værdien 700

*Cent-funktionen er en logaritmefunktion, omregner et frekvensinterval i den ligesvævende stemning til et antal halvtoner ganget med 100.*

**Opgave 3.** *Rene intervallers centværdier*

1. Vis at den rene kvint (3/2) har cent-værdien 702
2. Vis, at en ren kvart (4/3) har cent værdien 498
3. Vis, at den rene storterts (5/4) har cent værdien 386
4. Vis, at den rene lilleterts (6/5) har cent værdien 316
5. Vis, at det rene storsekund (9/8) har cent værdien 204

**Eksempel 2**

Går man 12 ligesvævende kvinter op på et klaver, svarer det til 7 oktaver.

Går man 12 rene kvinter efter hinanden, så rammer man 24 cent over oktaven.

**Opgave 4.**

Tre ligesvævende stortertser giver en oktav

Vis at tre rene stortertser (5/4) efter hinanden rammer 42 cent under oktaven

Det er svært at høre en frekvensforskel under 10 cent. 17 cent svarer til 1 % større frekvens

**Velklingende rene intervaller**

* En oktav hvor tonens frekvens ganges med 2 (*Når du* ser et stjerneskud)
* En kvint, hvor tonens frekvens ganges med = 1,5 (*Der* *er* et yndigt land).
* En kvart, hvor tonens frekvens ganges med = 1,33 (*Det* *var* en lørdag aften).
* Den store terts, hvor tonens frekvens ganges med = 1,25 (*Jeg ved* en lærkerede).
* Den lille terts, hvor tonens frekvens ganges med = 1,2 (*Fastelavn*).
* Det store sekund, hvor tonens frekvens ganges med = 1,125, (*Mester Jacob*).

## 3. Netop hørbar forskel og decibel-skalaen

Intensitet måles i joule pr. sekund pr. kvadratmeter hvilket er lig med . Smertegrænsen er ved og det netop hørbare er ved . Lydstyrken *L* målt i decibel (dB) er opkaldt efter Graham Bell og er defineret ved

hvor *I* er lydbølgens intensitet og *I*0 er den netop hørbare intensitet (ved 1000 Hz)

**Eksempel 2**

En lydintensitet på (smertegrænse) giver en lydstyrke på 120 dB

**Opgave 5.** *Smerte-og høregrænsen.*

1. Udfyld resten af skemaet og svar på meget lydstyrken vokser i decibel, når lydintensiteten bliver 100 gange større

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| *I* (W/m2) | 10-12 | 10-10 | 10-8 | 10-6 | 10-4 | 10-2 | 1 |
| *L* (dB) | 0 dB | 20 dB |  |  |  | 100 dB | 120 dB |

1. Se på tabellen og svar på meget lydstyrken vokser i decibel, når lydintensiteten bliver 10 gange større
2. Vis at høregrænsen svarer til 0 dB

**Opgave 6.** Hvorfor er 70 dB + 70 dB = 73 dB?

1. Vis, aten violin spiller med en lydstyrke på 70 dB, hvilket svarer til lydintensiteten
2. Vis at to violiner spiller med en lydintensitet på , hvilket svarer til en lydstyrke på 73 dB

**Opgave 7.** *Nyttige regneregler*

Begrund nedenstående regneregler

En fordobling af lydintensiteten, giver en lydstyrkestigning på 3 dB. Hver gang en *x-*værdi *multipliceres med 2*, *så adderes 3* til *y*-værdien. Hver gang lydintensiteten vokser med 26 %, så forøges lydstyrken med 1 dB. En stigning på 1 dB, kan næsten ikke høres, men en stigning på 3 dB høres tydeligt.

**Opgave 8.** *Lydintensitets forskel, når lydstyrken forøges med 1 dB*

Begrund påstanden. ”Hver gang lydintensiteten vokser med 26 %, så forøges lydstyrken med 1 dB”.