

Fysik - 5. aflevering - Oktober 24

Opgave 1 - Baseballkast

a) Beregn boldens time of flight, når den har den konstante fart 166 km/h og den skal flyve 18.4 m.

Vi kan beregne tiden bolden flyver ved følgende formel:

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t} \Leftrightarrow \frac{\Delta s}{v} = \Delta t$$

$$166 \frac{km}{h} = \frac{166}{3.6} \frac{m}{s}$$

$$\frac{46.11111111 m}{s} \quad (1)$$

Vi beregner tiden det tager for bolden at bevæge sig 18.4 m:

$$\frac{18.4 m}{46 \frac{m}{s}}$$

$$0.4000000000 s \quad (2)$$

Det tager bolden 0.4 s at bevæge sig de 18.4 m.

b) Vurder med hvilken vinkel bolden skal kastes under vandret når den gribes 1.26 m under vandret, og er kastet af med hastigheden 140 km/h.

Antaget at der ikke er noget luftmodstand vil vi kunne beregne vinklen.

Vi bruger følgende stedsfunktion hvor tiden er elimineret og isolerer derefter vinklen α :

$$y = -\frac{g}{2 \cdot v_0^2} (1 + (\tan(\alpha))^2) x^2 + \tan(\alpha) \cdot x$$

$$v_0 = \frac{140}{3.6} \frac{m}{s}$$

$$v_0 = \frac{38.88888889 m}{s} \quad (3)$$

$$\text{solve} \left(0 = -\frac{9.82 \frac{m}{s^2}}{2 \cdot 39^2 \frac{m}{s}} (1 + (\tan(\alpha))^2) (18.4 m)^2 + \tan(\alpha) \cdot 18.4 m + 1.26 m, \alpha \right)$$

$$86.60257980, -0.5199795216 \quad (4)$$

Der vil altså være to vinkler hvor bolden rammer det samme punkt.

Vi er interesserede i den negative vinkel.

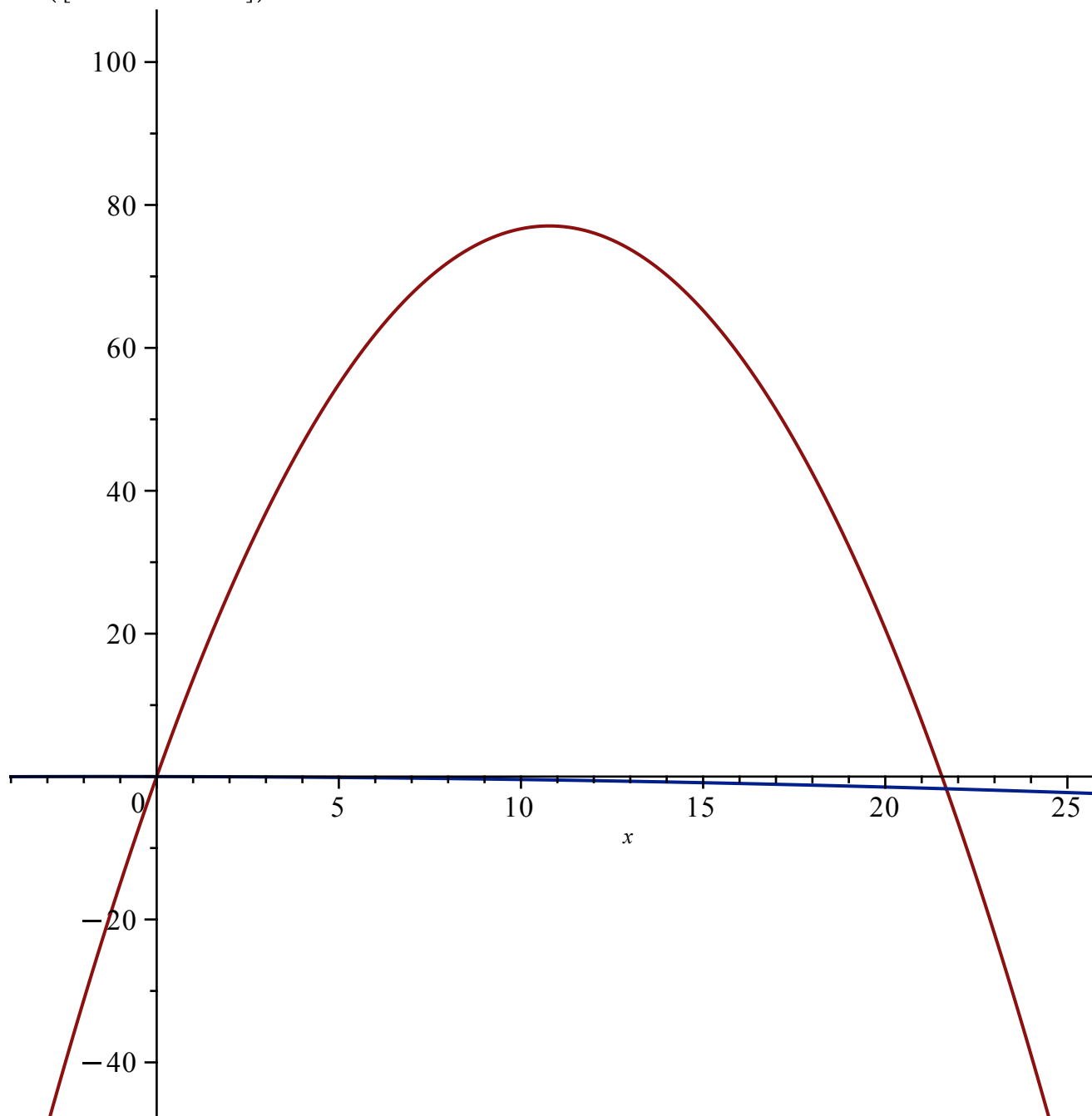
$$y_{86}(x) := -\frac{9.82}{2 \cdot 392} (1 + (\tan(86))^2)x^2 + \tan(86) \cdot x$$

$$y_{86} := x \mapsto -0.003228139382 \cdot (1 + \tan(86)^2) \cdot x^2 + \tan(86) \cdot x \quad (5)$$

$$y_{-0.5}(x) := -\frac{9.82}{2 \cdot 392} (1 + (\tan(-0.5))^2)x^2 + \tan(-0.5) \cdot x$$

$$y_{-0.5} := x \mapsto -0.003228139382 \cdot (1 + \tan(-0.5)^2) \cdot x^2 + \tan(-0.5) \cdot x \quad (6)$$

$plot([y_{86}(x), y_{-0.5}(x)])$



Vi kan se på plottet ovenfor at der vil være to løsninger.

Bolden skal altså kastes med en nedadrettet vinkel på 0.5°

Opgave 2 - Bremsesvigt

a) Hvor lang tid tager det for en lastbil at køre en strækning på 6.2 km med en hastighed på 79 km/h

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t} \Leftrightarrow \frac{\Delta s}{v} = \Delta t$$

$$\frac{6.2 \text{ km}}{79 \frac{\text{km}}{\text{h}}}$$

$$0.07848101266 \text{ h} \quad (7)$$

$$0.078 \text{ h} \cdot 60 \frac{\text{min}}{\text{h}}$$

$$4.680 \text{ min} \quad (8)$$

Det tager lastbilen lidt over 4.7 min at køre den strækning.

b) Beregn lastbilens tab i mekanisk energi fra toppen af bakken til 200 m længere nede, når lastbilen starter med 10 km/h og 200 m længere nede har en hastighed på 110 km/h og bilen har massen 64 ton.

$$\begin{aligned} \Delta E_{mek} &= (E_{kin1} + E_{pot1}) - (E_{kin2} + E_{pot2}) \\ &= \left(\frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 + m \cdot g \cdot h \right) - \left(\frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 + m \cdot g \cdot h \right) \\ \Delta E_{mek} &= \left(\frac{1}{2} \cdot 64 \cdot 10^3 \text{ kg} \cdot \left(\frac{10}{3.6} \frac{\text{m}}{\text{s}} \right)^2 + 64 \cdot 10^3 \text{ kg} \cdot 9.82 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 200 \text{ m} \right) - \left(\frac{1}{2} \cdot 64 \cdot 10^3 \text{ kg} \cdot \left(\frac{110}{3.6} \frac{\text{m}}{\text{s}} \right)^2 + 0 \right) \\ \Delta E_{mek} &= \frac{9.606637036 \times 10^7 \text{ kg m}^2}{\text{s}^2} \end{aligned} \quad (9)$$

Lastbilen har et tab på $9.6 \cdot 10^4$ kJ



c) Indtegn pile på billaget der viser størelsen af kræfterne der påvirker lastbilen på vej op af nødsporet, når gningskraften er 120 kN, og beregn hvornår lastbilen stopper når den kører med en starthastighed op ad sporet på 110 km/h.

Latbilen er påvirket af følgende kræfter som vi kan beregne:

$$F_{\text{gnid}} = 120 \text{ kN}$$

$$F_{\text{tyngde}} = m \cdot g = 64 \cdot 10^3 \text{ kg} \cdot 9.82 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$
$$\frac{628480.00 \text{ kg m}}{\text{s}^2} \quad (10)$$

$$\approx 630 \text{ kN}$$

Så kan vi beregne de to komposanter til tyngdekraften:

with (Gym) :

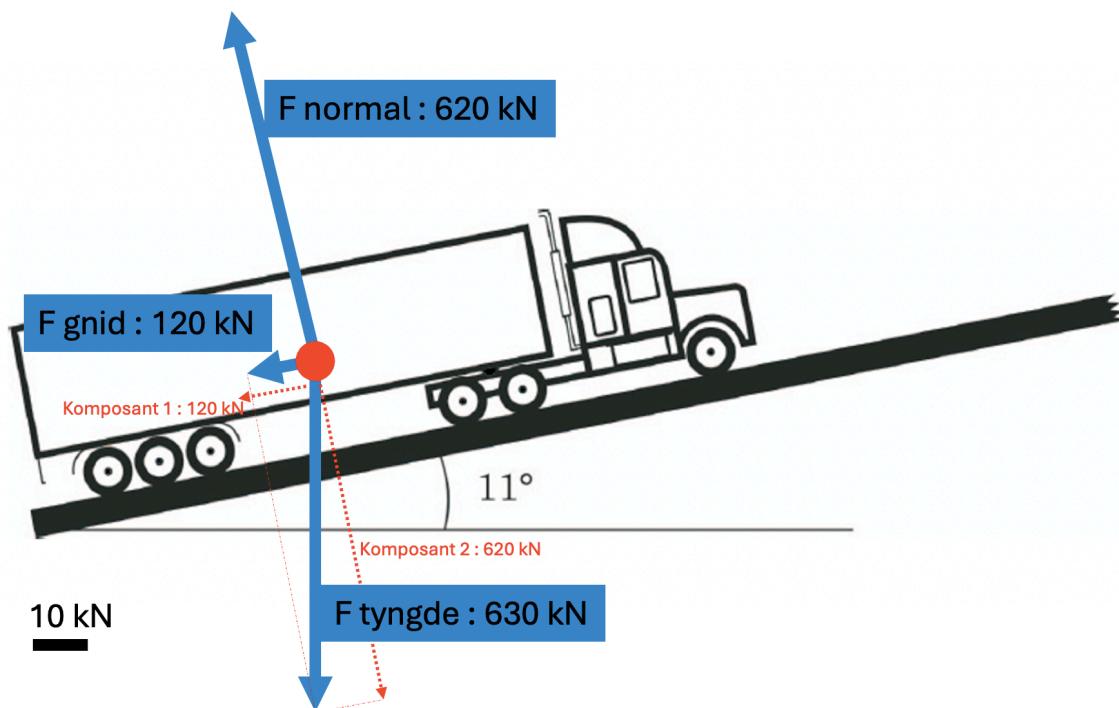
$$F_{t1} = \sin(11) \cdot 63 \cdot 10^4 \text{ N}$$
$$F_{t1} = 120209.6671 \text{ N} \quad (11)$$

$$\approx 120 \text{ kN}$$

$$F_{t2} = \cos(11) \cdot 63 \cdot 10^4 \text{ N}$$
$$F_{t2} = 618425.1256 \text{ N} \quad (12)$$

$$\approx 620 \text{ kN}$$

Vi kan nu indtegne pilene på billedet:



Herefter beregner vi hvor langt bilen bremses, ved følgende formler:

$$F = m \cdot a \Leftrightarrow a = \frac{F}{m}$$

$$v^2 - v_0^2 = 2 \cdot a \cdot (s - s_0)$$

Når sluthastigheden er nul og startpunktet også er nul får vi:

$$s = \frac{-v_0^2}{2 \cdot a}$$

Vi beregner accelerationen:

$$a = \frac{F}{m} = \frac{240 \cdot 10^3 \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}^2}}{64 \cdot 10^3 \text{ kg}}$$

$$\frac{15 \text{ m}}{4 \text{ s}^2} \quad (13)$$

→ at 5 digits

$$\frac{3.7500 \text{ m}}{\text{s}^2} \quad (14)$$

Deaccelerationen var omkring $1.9 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$, når vi beregner strækningen skal vi lige huske at det er en negativ,

og ikke positiv acceleration.

$$\Delta s = \frac{-\left(\frac{110}{3.6} \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2}{\left(2 \cdot \left(-3.75 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right)\right)}$$
$$\Delta s = 124.4855967 \text{ m} \quad (15)$$

Lastbilens bremselængde var altså omkring 124.5 m.

Opgave 3 - Enterprise

a) Beregn kabinernes fart rundt i karussellen, når omløbstiden er 4.2 s og radius af karusellen er 5.3 m.

Vi beregner farten med følgende formel:

$$v = \frac{2 \cdot \pi \cdot r}{T}$$
$$v = \frac{2 \cdot \pi \cdot 5.3 \text{ m}}{4.2 \text{ s}}$$
$$\frac{7.928781461 \text{ m}}{\text{s}} \quad (16)$$

Farten rundt i cirklen er $7.9 \frac{\text{m}}{\text{s}}$

b) Indtegn pile på billaget der viser kræfterne der påvirker kabinen når den vejer 215 kg og bevæger sig i en jævn cirkelbevægelse.

Karusellen påvirkes af to kræfter, snorkraften og tyngdekraften:

$$F_{cen} = m \cdot a = m \cdot \frac{v^2}{r}$$
$$= 215 \text{ kg} \cdot \frac{\left(7.9 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2}{5.3 \text{ m}}$$
$$\frac{2531.726415 \text{ kg m}}{\text{s}^2} \quad (17)$$

Centripetalkraften påvirker karussellen med 2.5 kN.

$$F_t = m \cdot g$$

$$= 215 \text{ kg} \cdot 9.82 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$\frac{2111.30 \text{ kg m}}{\text{s}^2}$$

(18)

Tyngdekraften påvirker altså karussellen med 2.1 kN.

Så kan vi beregne snorkraften:

$$F_{snor} = \sqrt{F_{cen}^2 + F_t^2}$$

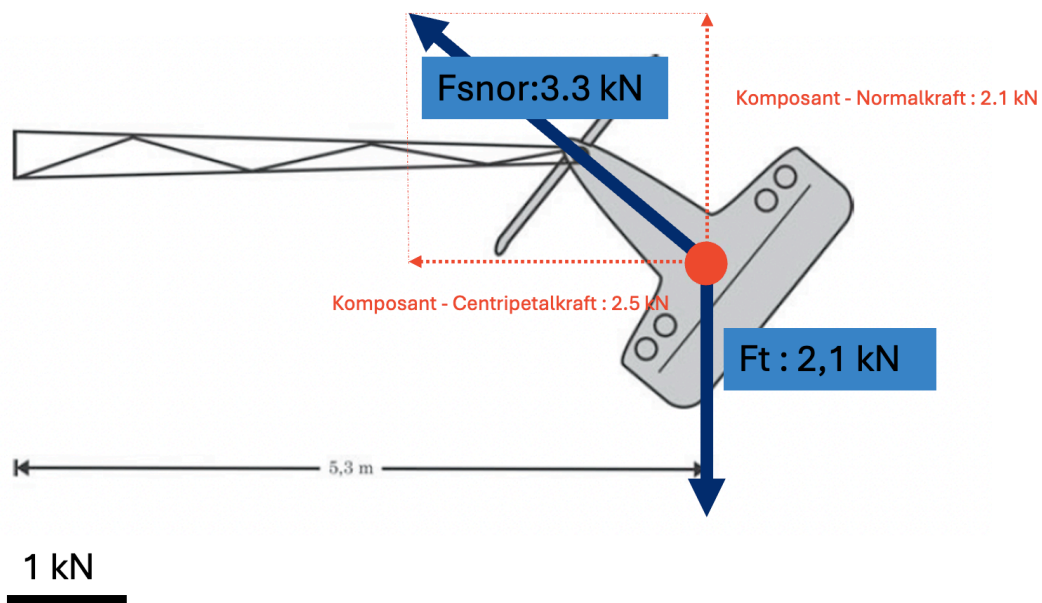
$$= \sqrt{(2.1 \text{ kN})^2 + (2.5 \text{ kN})^2}$$

$$3.264965543 \sqrt{\text{kN}^2}$$

(19)

Snorkraften er altså 3.3 kN

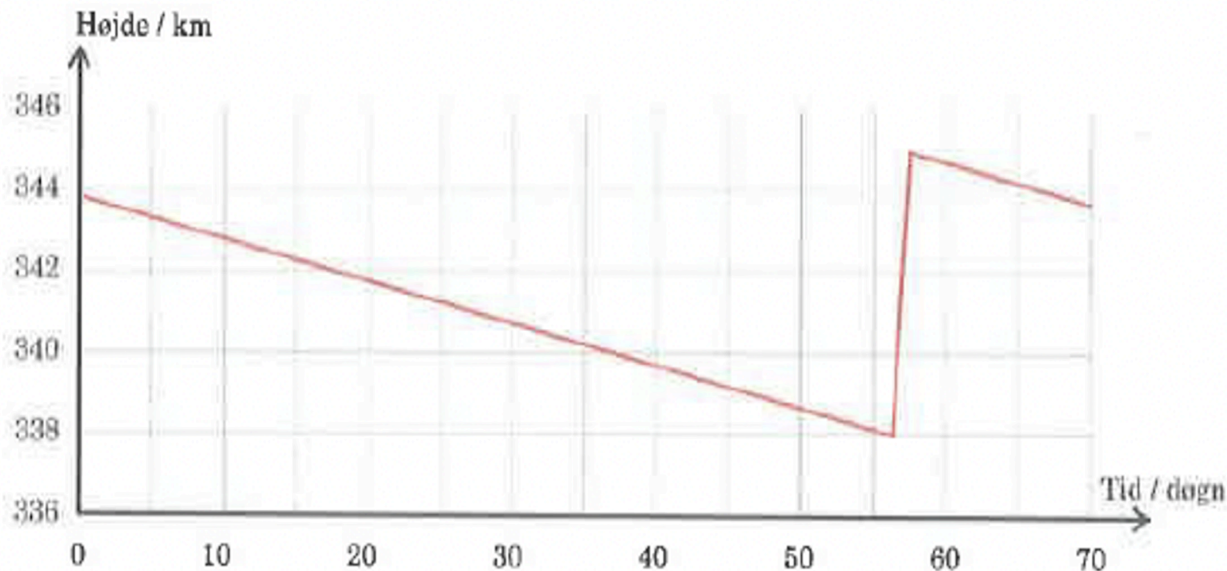
Nu kan vi indtegne pilene på billaget:



Pilene er indtegnet på billaget ovenfor.

Opgave 4 den internationale rumstation

a) Bestem ud fra grafen farten rumstationen taber højde med.



Vi aflæser fra tabellen at satellitten har bevæget sig fra omkring 344 km til 338 km over jordoverfladen på omkring 56 døgn.

Vi beregner hastigheden hvormed satellitten bevæger sig nedad:

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

$$v = \frac{(344 \text{ km} - 338 \text{ km}) \cdot 1000 \frac{\text{km}}{\text{m}}}{56 \text{ døgn} \cdot 86400 \frac{\text{s}}{\text{døgn}}}$$

$$v = \frac{5 \text{ m}}{4032 \text{ s}} \quad (20)$$

at 5 digits
→

$$v = \frac{0.0012401 \text{ m}}{\text{s}} \quad (21)$$

$$\approx 1.2 \frac{\text{cm}}{\text{s}} -$$

Rumstationen bevæger sig altså nedad med omkring $1.2 \frac{\text{cm}}{\text{s}}$ -

b) Bestem rumstationens omløbstid når den befinder sig 338 km over jordens overflade.

For at rumstationen ikke falder ned (det antager vi at den ikke gør) må:

$$F_{cen} = F_t$$

$$=$$

$$m \cdot r \cdot \omega^2 = \frac{G \cdot m M}{r^2}$$

$$\Leftrightarrow$$

$$r \cdot \frac{4 \pi^2}{T^2} = \frac{GM}{r^2}$$

$$\Leftrightarrow$$

$$T = \sqrt{\frac{r^3 \cdot 4 \cdot \pi^2}{GM}}$$

Så beregner vi omløbstiden:

$$T = \sqrt{\frac{r_{rumst.}^3 \cdot 4 \cdot \pi^2}{GM_J}} \sqrt{\frac{(6.371 \cdot 10^6 m + 338000 m)^3 \cdot 4 \cdot \pi^2}{6.67430 \cdot 10^{-11} \frac{m^3}{kg \cdot s^2} \cdot 6 \cdot 10^{24} kg}}$$

$$5456.172210 \sqrt{s^2} \quad (22)$$

$$\approx \frac{5456 s}{3600 \frac{s}{h}}$$

$$\frac{341 h}{225} \quad (23)$$

$$\xrightarrow{\text{at 10 digits}}$$

$$\underline{1.515555556 h} \quad (24)$$

Omløbstiden for rumstationen er altså ca 1,5 time.

c) Når den 300 t tunge rumstation er faldet ned på 338 km over jordoverfladen skal den op igen til 345 km over jordens overflade, beregn den mekaniske energi der skal tilføjes fra raketmotoren for at lave dette løft.

Først udleder vi formelen for sammenhængen mellem potentiel- og kinetisk energi :

$$F_t = F_{cen}$$

$$=$$

$$G \cdot \frac{m \cdot M}{r^2} = m \frac{v^2}{r}$$

$$\Leftrightarrow$$

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{G \cdot m \cdot M}{r} = \frac{1}{2} m \cdot v^2$$

$$=$$

$$-\frac{1}{2}E_{pot} = E_{kin}$$

Så kan vi beregne den totale energi i banen:

$$E_{mek} = E_{kin} + E_{pot}$$

$$= \frac{1}{2} \cdot \frac{G \cdot m \cdot M}{r} - \frac{G \cdot m \cdot M}{r}$$

$$E_{mek} = -\frac{G \cdot m \cdot M}{2 \cdot r}$$

Nu kan vi så beregne energien der skal tilføres:

$$E_{tilført} = E_{mek}(r_{ydre}) - E_{mek}(r_{indre})$$

$$= -\frac{m \cdot G \cdot M}{2 \cdot r_{ydre}} - \left(-\frac{m \cdot G \cdot R^2}{2 \cdot r_{indre}} \right)$$

$$= \frac{m \cdot G \cdot M}{2} \left(\frac{1}{r_{indre}} - \frac{1}{r_{ydre}} \right)$$

$$= \frac{300 \cdot 10^3 \text{ kg} \cdot 6.67430 \cdot 10^{-11} \frac{\text{m}^3}{\text{kg} \cdot \text{s}^2} \cdot 6 \cdot 10^{24} \text{ kg}}{2} \left(\frac{1}{6.371 \cdot 10^6 \text{ m} + 338000 \text{ m}} - \frac{1}{6.371 \cdot 10^6 \text{ m} + 345000 \text{ m}} \right)$$

$$\underline{\underline{\frac{9.332062992 \times 10^9 \text{ kg m}^2}{\text{s}^2}}}$$

(25)

Der skal tilføjes $9.33 \cdot 10^6 \text{ kJ}$ for at løfte rumstationen fra den ene bane til den anden.

