

Opgave 1 - Knivkast

a) Bestem farten kniven bremses med når den skydes med en fart på $13,6 \frac{m}{s}$ 6 mm ind i skiven, og dens masse er 0,21 kg.

Her skal vi bruge bremseligningen, og isolere deaccelerationen:

$$\begin{aligned} v^2 - v_0^2 &= 2 \cdot a \cdot \Delta s \\ \Leftrightarrow \\ a &= \frac{v^2 - v_0^2}{2 \cdot \Delta s} \\ a &= \frac{- \left(13,6 \frac{m}{s} \right)^2}{2 \cdot 6^{-3} m} \\ a &= - \frac{19975.68000 \frac{m}{s^2}}{s^2} \end{aligned} \quad (1)$$

Dermed kan vi beregne kraften hvormed den bremses, da det er en deacceleration fjerner vi det negative fortegn for accelerationen:

$$\begin{aligned} F &= m \cdot a \\ F &= 0.21 \text{ kg} \cdot \left(19975.68 \frac{m}{s^2} \right) \\ F &= \frac{4194.8928 \text{ kg m}}{s^2} \end{aligned} \quad (2)$$

Kniven bremses altså med en kraft på omkring 4 kN

b) I hvilken højde over jorden rammer kniven skiven, når den kastes med $15.3 \frac{m}{s}$, fra en højde på 1.1 m over jorden og 2.2 m fra skiven med en nedadrettet vinkel på 8.4° ?

Her bruger vi ligningen for bevægelse i to dimensioner:
Det skrå kast:

$$s_y = - \frac{g}{2 \cdot v_0^2} \cdot (1 + \tan(\alpha)^2) \cdot s_x^2 + \tan(\alpha) \cdot s_x$$

$$\text{solve} \left(s_y = - \frac{9.82 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}{2 \cdot \left(15.3 \frac{\text{m}}{\text{s}} \right)^2} \cdot (1 + \tan(-8.4))^2 \cdot (2.2 \text{ m})^2 + \tan(-8.4) \cdot 2.2 \text{ m}, s_y \right)$$

$$-0.4285996197 \text{ m} \quad (3)$$

Kniven rammer altså skiven -0,4 m længere nede, nu kan vi beregne højden den rammer skiven i:

$$1.1 \text{ m} - 0.4 \text{ m}$$

$$0.7 \text{ m} \quad (4)$$

Kniven rammer skiven 0.7 m over jordoverfladen.

Opgave 2 - Bjergbestigning:



a) beregn stenens fart når den er faldet 22 m ned.

Her bruger vi formelen for fart ved frit fald:

$$v = g \cdot t$$

$$s = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 \Leftrightarrow t = \sqrt{\frac{2s}{g}}$$

$\Leftrightarrow$

$$t = \sqrt{\frac{2 \cdot 22 \text{ m}}{9.82 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}}$$

$$t = 2.116755000 \sqrt{\text{s}^2} \quad (5)$$

$$v = g \cdot t$$

$$v = 9.82 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 2.1 \text{ s}$$

$$v = \frac{20.622 \text{ m}}{\text{s}} \quad (6)$$

Stenens fart er altså omkring $21 \frac{\text{m}}{\text{s}}$, 22 m længere nede.

b) Beregn den maksimale acceleration bjergbestigeren udsættes for under faldet, når rebet maksimalt forlænges 5.5 m, rebets fjedderkonstant er $1.20 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$ og bjergbestigeren vejer 86 kg.

Den maksimale acceleration må kunne beregnes således:

$$a_{\text{max}} \cdot m = F_{\text{res}}$$

$\Leftrightarrow$

$$a_{\max} \cdot m = F_{\text{elastisk}} - F_{\text{tyngde}}$$

Vi kan beregne elastsikkens kraft in det nederste punkt ved at multiplicere den maksimale udstrækning med fjedderkonstanten:

$$F_{\text{elastisk}} = k \cdot y_{\max}$$

Nu kan vi beregne accelerationen

$$a_{\max} \cdot m = k \cdot y_{\max} - m \cdot g$$

$\Leftrightarrow$

$$a_{\max} = \frac{k}{m} \cdot y_{\max} - g$$

$$a_{\max} = \frac{1.20 \frac{kN}{m}}{86 \text{ kg}} \cdot 5.5 \text{ m} - 9.82 \frac{m}{s^2}$$

$$\underline{a_{\max} = \frac{66.92418604 \text{ m}}{s^2}} \quad (7)$$

Den maksimale acceleration springeren udsættes for er således omkring $67 \frac{m}{s^2}$

c) Hvornår hænger bjergbestigeren stille når han er faldet 16.1 m før rebet bremser ham, og beregn den største fart han har under faldet.

Springeren hænger stille når kraften fra energien er lige så stor som tyngdekraften (antaget at rebet ikke har nogen masse).

$$F_{\text{elastisk}} = F_t$$

Man kan beregne F_{elastisk} ved $F_{\text{elastisk}} = k \cdot y$ hvor k er fjedderkonstanten, og y er udstækning fra ubelastet længde.

Altså kan vi beregne:

$$y \cdot k = m \cdot g$$

$\Leftrightarrow$

$$y_{\text{ligevægt}} = \frac{m \cdot g}{k}$$

$$y_{\text{ligevægt}} = \frac{86 \text{ kg} \cdot 9.82 \frac{m}{s^2}}{1.20 \frac{kN}{m}}$$

$$y_{\text{ligevægt}} = 0.7037666667 \text{ m} \quad (8)$$

Nu kan vi altså lægge denne værdi sammen med rebets ubelastede længde og hvor højt bjergbestigeren befandt sig over rebets fastgørelse og udregne hvor han til sidst hænger stille:

$$16.1 \text{ m} + 0.703 \text{ m} = 16.803 \text{ m} \quad (9)$$

Den højeste fart må han have lige før han bliver bremset altså 16.1 m nede. Vi beregner denne fart. Her bruger vi formelen for fart ved frit fald:

$$v = g \cdot t$$

$$s = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 \Leftrightarrow t = \sqrt{\frac{2s}{g}}$$

$$\Leftrightarrow t = \sqrt{\frac{2 \cdot 16.1 \text{ m}}{9.82 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}}$$

$$t = 1.810807114 \sqrt{s^2} \quad (10)$$

$$v = g \cdot t$$

$$v = 9.82 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 1.8 \text{ s}$$

$$v = \frac{17.676 \text{ m}}{\text{s}} \quad (11)$$

Bjergbestigeren kommer altså til at hænge stille 16.8 m under hvor han faldt, og have oplevet den maximale fart på $17.7 \frac{\text{m}}{\text{s}}$.

Opgave 3 - Egyptere i arbejde

a) Med hvilken effekt udfører hver egypter arbejde på slæden hvis de hver kan trække 360 N og trækker med en hastighed på $0.45 \frac{\text{m}}{\text{s}}$?

Vi bruger følgende formel og antager at slæden trækkes vandret:

$$P = F \cdot v \cdot \cos(\theta)$$

$$P = 360 \text{ N} \cdot 0.45 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$P = 162.00 \text{ W} \quad (12)$$

Hver egypter udfører altså et arbejde på 162 W på slæden

b) Indtegn pile på bilag der viser kræfterne der er i spil når en 350 tons obelisk trækkes op af et skråplan på 5.0° med vandret med konstant fart, og gnidningskoefficienten er 0.31. Hvor mange egyptere skal der til at trække slæden?

Vi beregner kræfterne der påvirker obelirken:

Tyngdekraften:

$$F = m \cdot g = 350 \cdot 10^3 \text{ kg} \cdot 9.82 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$
$$F = \frac{3.43700000 \times 10^6 \text{ kg m}}{\text{s}^2} \quad (13)$$

Stenen trækkes altså ned med en kraft på 3440 kN

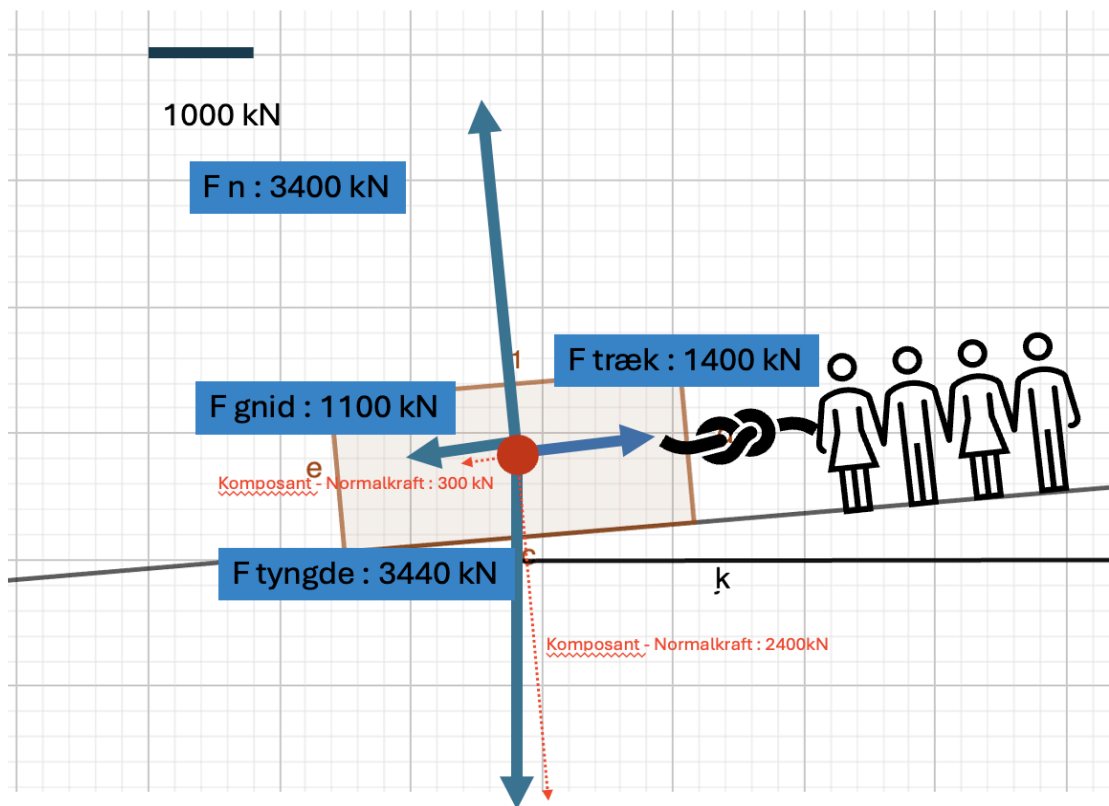
Komposanter af tyngdekraften:

$$F_1 = F_n = \cos(5) \cdot 3440 \text{ kN}$$
$$F_1 = 3426.909761 \text{ kN} \quad (14)$$

$$F_2 = \sin(5) \cdot 3440 \text{ kN}$$
$$F_2 = 299.8157551 \text{ kN} \quad (15)$$

$$F_{gnid} = 0.31 \cdot 3426.909761 \text{ kN}$$
$$F_{gnid} = 1062.342026 \text{ kN}$$

Samlet set skal der ca min ($F_2 + F_{gnid} = 300 \text{ kN} + 1100 \text{ kN} =$) 1400 kN til at trække Obelirken op, vi kan beregne hvor mange mand der skal til det:



$$\frac{1400000 \text{ N}}{360 \frac{\text{N}}{\text{egypter}}} = \frac{35000 \text{ egypter}}{9} \quad (16)$$

at 5 digits →

$$\underline{3888.9 \text{ egypter}} \quad (17)$$

Billedet med indtegnede kræfter er sat ind ovenfor, og der skal ca 3900 egyptere til at trække obelirken.

Opgave 4 - Rutshebanetur



a) Beregn den største fart en passager kan opnå ved et fald på 60 m over jordoverfladen, og gør rede for relevante antagelser.

Hvis vi antager at der er 60 meters frit fald, direkte og der ikke er nogen form for gnidning fra rutschebanen eller luftmodstand kan vi beregne således:

$$v = g \cdot t$$

$$s = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 \Leftrightarrow t = \sqrt{\frac{2s}{g}}$$

$\Leftrightarrow$

$$t = \sqrt{\frac{2 \cdot 60 \text{ m}}{9.82 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}}$$

$$t = 3.495705833 \sqrt{\text{s}^2} \quad (18)$$

$$v = 9.82 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 3.5 \text{ s}$$

$$v = \frac{34.370 \text{ m}}{\text{s}}$$

Så vil farten efter de 60 m være omkring 34 $\frac{\text{m}}{\text{s}}$

b) Beregn størrelsen af den lodrette acceleration en passager udsættes for i bunden af rutschebanen, hvis betragter vognen som værende en del af en cirkelbevægelse med radius 27.1 m og farten 31.0 $\frac{\text{m}}{\text{s}}$.

Vi beregner den indadrettede acceleration passageren i vognen udsættes for:

$$a_{cen} = \frac{v^2}{r} = \frac{\left(31 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2}{27.1 \text{ m}}$$

$$a = \frac{35.46125461 \text{ m}}{\text{s}^2}$$

Samtidig accelererer passageren også nedad på grund af tyngdeaccelerationen, disse to accelerationer er modsatrettede, vi kan derfor beregne den samlede acceleration således. Vi beregner den opadrettede acceleration hvorfor vi vil få et positivt resultat:

$$a_{cen} - a_{tyngd} = a_{op}$$

$$35.5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} - 9.82 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$



$$\frac{25.68 \text{ m}}{\text{s}^2}$$

(19)

Passageren i vognen har altså en opadrettet acceleration på 25.7 $\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$

c) Beregn gnidningskraften vognen udsættes for opad, når vognen har en fart på 31.0 $\frac{\text{m}}{\text{s}}$ i det

laveste punkt og efter den 55 m lange bakke, 35 m over jorden, har en hastighed på $8.7 \frac{m}{s}$. Vognen med passagerer vejer 1850 kg.

Vi beregner normalt gnidning ved følgende formel:

$$F_{\text{gnid}} = \mu \cdot F_n$$

Hvis vi beregner tabet i mekanisk energi, må vi antage at dette tab vil svare til den energi der går tabt ved gnidning:

$$\begin{aligned} \Delta E_{\text{mek}} &= (E_{\text{kin1}} + E_{\text{pot1}}) - (E_{\text{kin2}} + E_{\text{pot2}}) \\ &= \left(\frac{1}{2} \cdot 1850 \text{ kg} \cdot \left(8.7 \frac{m}{s} \right)^2 + 1850 \text{ kg} \cdot 9.82 \frac{m}{s^2} \cdot 35 \text{ m} \right) - \left(\frac{1}{2} \cdot 1850 \text{ kg} \cdot \left(31.0 \frac{m}{s} \right)^2 \right) \\ \Delta E_{\text{mek}} &= - \frac{183066.75 \text{ kg m}^2}{s^2} \end{aligned} \quad (20)$$

Dette tab på omkring 180 kJ må svare til det arbejde skinnerne bremser vognen med over strækningen på 55 m.

Nu kan vi så beregne hvor meget kraft det er fra skinnerne:

$$A_{\text{ydre}} = \Delta E$$

$$A = F \cdot \Delta s$$

$$\Leftrightarrow$$

$$F = \frac{A}{\Delta s}$$

$$F_{\text{gnid}} = \frac{\frac{183066.75 \text{ kg m}^2}{s^2}}{55 \text{ m}}$$

$$F_{\text{gnid}} = \frac{3328.486364 \text{ kg m}}{s^2} \quad (21)$$



Hvis vi antager at al den tabte energi er gået til gnidning udsættes vognen for en gnidning på 3.3 kN på vej op ad bakken.



