# Hvordan er hastighederne fordelt efter stødet, når den ene kugle ligger stille før stødet?

*Teoretisk model*

*Hvorfor bytter billardkugler hastighed? Hvorfor returnerer en alfapartikel med en den samme fart efter sammenstød med et guldatom?*

Opslaget omhandler

1. Hvordan er hastighedsfordelingen efter stødet, hvis den ene kugle ligger stille før stødet?
2. Hvorfor er den relative hastighed bevaret i et elastisk stød?

Kernestoffet er: *Bevarelse af bevægelsesmængde (impuls), herunder elastiske stød i én dimension*

## 1. Hvordan er hastighedsfordelingen efter stødet, hvis den ene kugle ligger stille før stødet?

Teoretisk model

*Forenkling*

Vi betragter kun stød, hvor den kinetisk energi er bevaret, hvilket er realiseret i sammenstød mellem billardkugler, atomkerner, og når en satellit får en *slyngtur* rundt om en planet.

*Teori*

Definition på begrebet impuls (bevægelsesmængde)

$$impuls=masse∙hastighed$$

$$p=m∙v$$

hvor impulsen langs en ret linje skal regnes med fortegn.

Den kinetiske energi af en kugle med massen m og farten v

$$E\_{kin}=\frac{1}{2}∙m∙v^{2}$$

*Bevarelse af Impuls og kinetisk energi*

En kugle med massen $m\_{1}$og hastigheden $u\_{1}$støder centralt ind i en hvilende kugle med

massen $m\_{2}$. Hastighederne efter stødet betegnes $v\_{1}$ og $v\_{2}$. Bevarelse af impuls og kinetisk energi

$$m\_{1}u\_{1}=m\_{1}v\_{1}+m\_{2}v\_{2}$$

$$\frac{1}{2}m\_{1}u\_{1}^{2}=\frac{1}{2}m\_{1}v\_{1}^{2}+\frac{1}{2}m\_{2}v\_{2}^{2}$$

Hastighederne efter stødet

Omskrivning af impulsligningen

$$m\_{1}(u\_{1}-v\_{1})=m\_{2}v\_{2} (1)$$

Omskrivning af energiligningen

$$ m\_{1}(u\_{1}^{2}-v\_{1}^{2})=m\_{2}v\_{2}^{2}$$

$$m\_{1}(u\_{1}-v\_{1})(u\_{1}+v\_{1})=m\_{2}v\_{2}^{2} (2)$$

Ved at dividere ligning (2) med ligning (1) fås

$$u\_{1}+v\_{1}=v\_{2} (3)$$

Indsætte ligning (3) i ligning (1) fås

$$m\_{1}(u\_{1}-v\_{1})=m\_{2}\left(u\_{1}+v\_{1}\right)$$

$$v\_{1}=\frac{m\_{1}-m\_{2}}{m\_{1}+m\_{2}}∙u\_{1}$$

Af ligning (3) fås

$$v\_{1}=v\_{2}-u\_{1} $$

indsættes i (1) fås

$$v\_{2}=\frac{2m\_{1}}{m\_{1}+m\_{2}}∙u\_{1}$$

Læg mærke til at den relative hastighed før stødet $u\_{1} $altid er lig den relative hastighed efter stødet $v\_{2}-v\_{1}$,

$$relativ hastighed før stødet = relative hastighed efter stødet$$

 $u\_{1}=v\_{2}-v\_{1}$

**Opgave 1 a**

1. Vis, at $v\_{1}=0 og v\_{2}=u\_{1} når m\_{1}=m\_{2}, $billardkugle mod billardkugle.
2. Vis, at $v\_{1}=0,5u\_{1} og v\_{2}=1,5u\_{1} når m\_{1}=3m\_{2}, $tung kugle mod let kugle
3. Vis, at $v\_{1}=-0,5u\_{1} og v\_{2}=0,5u\_{1} når m\_{2}=3m\_{1},$ let kugle mod tung kugle

**Opgave 1 b** *Fortolkning af resultaterne*

a) Den indkomne kugle ligger stille efter stødet og den anden får hele hastigheden. De to kugler ’bytter hastighed’

b) Når en tung kugle (3 gange større masse end den lette) rammer en let, så forsætter den tunge kugle i samme retning, og den lette får 3 gange så stor fart. Læg mærke til at den relative hastighed efter stødet også er $u\_{1}$, fordi $1,5u\_{1}-u\_{1}=u\_{1}$

c) Når en let kugle (3 gange mindre masse end den tunge) rammer en tung kugle, så returnerer den lette, og den lette og tunge opnår den samme fart. Læg mærke til at den relative hastighed efter stødet også er $u\_{1}$, fordi $0,5u\_{1}-(-0,5u\_{1})=u\_{1}$

**Opgave 2 a**

1. Vis, at $v\_{1}=-0,2u\_{1} og v\_{2}=0,8u\_{1} når m\_{2}=1,5m\_{1},$ let kugle mod tung kugle
2. Vis, at $v\_{1}=0,2u\_{1} og v\_{2}=1,2u\_{1} når m\_{1}=1,5m\_{2},$ tung kugle mod let kugle

**Opgave 2 b**

Fortolk resultaterne i opgave 2 a

Når $m\_{2}=3m\_{1}$, får den lette og tunge den samme fart efter stødet. Hvis $m\_{2}=1,5m\_{1}$, så får den tunge fire gange større fart efter stødet, end den lette.

## 2. Hvorfor er den relative hastighed bevaret i et elastisk stød?

En kugle med massen $m\_{1}$ og hastigheden $u\_{1}$støder centralt ind i en kugle med massen $m\_{2}$ og hastigheden $u\_{2}$. Hastighederne efter stødet betegnes $v\_{1}$ og $v\_{2}$. Bevarelse af impuls og kinetisk energi

$$m\_{1}u\_{1}+m\_{2}u\_{2}=m\_{1}v\_{1}+m\_{2}v\_{2}$$

$$\frac{1}{2}m\_{1}u\_{1}^{2}+\frac{1}{2}m\_{2}u\_{2}^{2}=\frac{1}{2}m\_{1}v\_{1}^{2}+\frac{1}{2}m\_{2}v\_{2}^{2}$$

Omskrivning af impulsligningen

$$m\_{1}(u\_{1}-v\_{1})=m\_{2}(v\_{2}-u\_{2}) (4)$$

Omskrivning af energiligningen

$$ m\_{1}(u\_{1}^{2}-v\_{1}^{2})=m\_{2}(v\_{2}^{2}-u\_{2}^{2})$$

$$m\_{1}(u\_{1}-v\_{1})(u\_{1}+v\_{1})=m\_{2}(u\_{2}-v\_{2})(u\_{2}+v\_{2}) (5)$$

Ved at dividere ligning (5) med ligning (4) fås

$$u\_{1}+v\_{1}=v\_{2}+u\_{2} $$

Der kan omskrives til

$$u\_{1}-u\_{2}=v\_{2}-v\_{1}$$

eller

$$v\_{2}-v\_{1}=-(u\_{2}-u\_{1})$$

*den relative hastighed efter stødet = den relative hastighed før stødet*

**Opgave 3 a**

Vis, at den relative hastighed er bevaret under stødet i opgave 1

**Opgave 3 b**

En satellit bevæger sig farten 20 km/s ind mod Saturn, der bevæger sig mod satellitten med farten 10 km/s. Efter satellitten har været rundt om Saturn forlader den planeten med farten 40 km/s. Vis, at den relative hastighed før og efter er bevaret.

**Opgave 3 c**

5 kugler ophængt i snore (Newtons vugge). En kugle hives ud og slippes. Hvorfor er der ikke 2 kugler, der stødes ud med halv fart i vuggens anden ende?