## Relativistisk energi og impuls

## 1. Klassisk og relativistiske kinetiske energi

**Approksimerende polynomium af 2. grad til gammafaktoren**

Gammafaktoren kan tilnærmes med en parabel, når $x<<1$, dvs. når farten er meget mindre end lysets fart *c*

$$\frac{1}{\sqrt{1-x^{2}}}≈1+\frac{1}{2}∙x^{2}$$

**Opgave 5**

Vis det grafisk ved at tegne venstre og højre side, $hvor x\geq 0$

**Klassisk og relativistisk kinetisk energi**

Den relativistiske kinetiske energi fås ved at trække hvileenergien fra totalenergien. Hvileenergi er den energi en genstand har når den er i hvile, eller bedømt fra en observatør, der følger med genstanden. Massen er et mål for energiindholdet af en genstand i hvile. En varm kanonkugle har mere masse end en kold, men massen ændres ikke med kuglens fart.

$$ E\_{kin}=E -mc^{2}$$

$$ E\_{kin}=\frac{mc^{2}}{\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^{2}}}-mc^{2}$$

$$ ≈mc^{2}\left(1+\frac{1}{2}\frac{v^{2}}{c^{2}}\right)-mc^{2}$$

$$ ≈\frac{1}{2}mv^{2}$$

Læg mærke til, at hvis den kinetiske energi er nul, er den totale energi $E=E\_{0}=mc^{2}$

## 2. Energi - impulsrelationen

Energi-impulsrelationen

I relativitetsteori kan sammenhængen mellem totalenergi $E$, impuls *p* og hvileenergi

 $E\_{0}=m∙c^{2}$ opskrives som Pythagoras sætning

$$ E^{2}=\left(pc\right)^{2}+\left(mc^{2}\right)^{2}$$

$$ =\left(pc\right)^{2}+\left(E\_{0}\right)^{2}$$

Nedenfor er vist energi og impuls af en partikel, hvor halvdelen af den samlede energi er kinetisk



<https://en.wikipedia.org/wiki/Energy%E2%80%93momentum_relation>

To konsekvenser af relationen

* Hvis partiklens fart er nul, så er partiklens impuls *p* = 0 og så er $E\_{0}=mc^{2}$. Det er den energi partiklen har alene i kraft af sin tilstedeværelse. Partiklens energi, når der er i hvile, eller målt af en der følger med partiklen.
* Hvis partiklens masse er 0, så er $E=pc$, hvilket er sammenhængen mellem energi og impuls for fotoner. *Fotoner har impuls, men ingen masse.*

*Sammenhængen mellem massen en genstand og dens indre energi*

* En varm kop te har større masse end en kold kop te$ $
* En spændt fjeder har større masse end en fjeder, der ikke er spændt
* Et opladet batteri har større masse end et ’fladt’ batteri.

*Fotoner kan have masse, hvis deres samlede impuls er nul*

Betragt to fotoner med den samme energi *E*, der nærmer sig med samme fart. Deres samlede masse vil være givet ved $m=\frac{2E}{c^{2}}$, fordi deres samlede impuls er nul. Hvis fotonerne derimod følges ad, har de ingen masse, fordi energien og impulsen vokser i samme takt

$$ E^{2}-\left(pc\right)^{2}=\left(mc^{2}\right)^{2}$$

Fotoner der er spæret inde i en boks med reflekterende vægge, bidrager til boksens masse, men hvis fotonerne bevæger sig frit, er de masseløse

Begrundelse for energi-impulsrelationen

$$E^{2}=\left(pc\right)^{2}+\left(mc^{2}\right)^{2}$$

$$E=\frac{mc^{2}}{\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^{2}}}⇒ E^{2}=\left(\frac{mc^{2}}{\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^{2}}}\right)^{2}=\frac{m^{2}c^{4}}{1-\left(\frac{v}{c}\right)^{2}}$$

$$p=\frac{mv}{\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^{2}}}⇒\left(pc\right)^{2}=\left(\frac{mvc}{\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^{2}}}\right)^{2}=\frac{m^{2}v^{2}c^{2}}{1-\left(\frac{v}{c}\right)^{2}}$$

Ved subtraktion fås

$$E^{2}-\left(pc\right)^{2}=m^{2}c^{2}\left(\frac{c^{2}-v^{2}}{1-\left(\frac{v}{c}\right)^{2}}\right)=m^{2}c^{4}$$