# Fakultetsfunktionen og binomialkoefficienter

En definition af et begreb er en forklaring af begrebets betydning. I forklaringen bruges andre begreber, end det begreb, der skal defineres

**Definition af fakultetsfunktionen**

Her er fakultetsfunktionen defineret ved at skrive den op (eksplicit definition)

$$ 5!=5∙4∙3∙2∙1$$

**Binomialkoefficienter (begrundelse for formlen)**

Vi skal vælge tre personer blandt 5 personer til at vaske op, tørre af og sætte på plads. Valget kan foretages på to måder. Ved direkte valg af de tre eller indirekte valg, hvor 3 personer vælges og derefter kan de selv fordele opgaverne

$$5·4∙3=K(5,3)∙3∙2∙1$$

$$K(5,3)=\frac{5·4∙3}{3∙2·1}=\frac{5·4·3·2·1}{3·2·1·2·1}=10$$

Opskriv et formeludtryk for $K(5,3)$, som kaldes binomialkoefficienten ved brug af fakultetsfunktionen

$$K\left(5,3\right)=\frac{5·4∙3}{3∙2·1}=\frac{5!}{3!·(5-3)!}=\frac{5!}{3!·2!}=10$$

**Symmetri af binomialkoefficienterne**

At *vælge 2 blandt 5* kan opnås ved at *fravælge 3*, så derfor er $K\left(5,2\right)=K(5,3)$, hvilket også ses

via formlen

$$K(5,2)=\frac{5·4}{2·1}=10 og K(5,3)=\frac{5·4·3}{3·2·1}=10$$

A*t vælge ingen*, og *at vælge alle* blandt fx 5 personer kan kun gøres på én måde

$$ K(5,0)=K(5,5)=1 $$

Bruges formler skal man benytte at $0!=1$

A*t vælge 1 blandt 5* kan opnås ved *at fravælge 4,* og det kan gøres på 5 måder

$$ K(5,1)=K(5,4)=5 $$

*Ovenfor er det væsentlige i spørgsmålet, nedenfor er vist hvad man kan medtage i dialogen*

**Hvordan fremkommer den næste række i Pascals trekant?**



På figuren ovenfor til venstre er vist

$$K(4,1)=K(3,0)+K(3,1)$$

Og ved brug af formlen for binomialkoefficienterne

$$K(5,3)=K(4,2)+K(4,3)$$

$$\frac{5·4∙3}{3∙2·1}=\frac{4∙3}{2·1}+\frac{4∙3∙2}{3∙2·1}$$

$$ =\frac{3∙4∙3}{3∙2·1}+\frac{4∙3∙2}{3∙2·1}$$

$$ =\frac{(3+2)∙4∙3}{3∙2·1}$$

**Rekursiv definition af fakultetsfunktionen**

I en rekursiv definition defineres begrebet ved brug af begrebet selv

$$n!=n∙\left(n-1\right)! og 0!=1$$

Beregning af 5! ved brug af definitionen

$$5!=5∙4!$$

$$ =5∙4∙3!$$

$$ =5∙4∙3∙2!$$

$$ =5∙4∙3∙2∙1!$$

$$ =5∙4∙3∙2∙1∙0!$$

$$ =5∙4∙3∙2∙1$$

**Rekursiv definition af binomialkoefficienterne**

$$K\left(n,r\right)=\frac{n}{r}∙K\left(n-1,r-1\right) og K\left(n,0\right)=1$$

$$K\left(5,3\right)=\frac{5}{3}∙K\left(4,2\right)=\frac{5}{3}∙\frac{4}{2}∙K3,1)=\frac{5}{3}∙\frac{4∙3}{2·1}∙K2,0)=\frac{5}{3}∙\frac{4∙3}{2·1}$$

**Rekursivt billede**



**Rekursions vittighed**

"*To understand recursion, you must understand recursion."*

Klider

<https://en.wikipedia.org/wiki/Recursive_definition>

<https://en.wikipedia.org/wiki/Recursion>