

Opgave 7



Billedkilde: TV2Nord.dk / Per Frank Paulsen

Tabellen viser udviklingen i antallet af danske fiskerfartøjer i perioden 1996-2022.

Antal år efter 1996	0	1	...	25	26
Antal fiskerfartøjer	4830	4582	...	1933	1841

Hele tabellen med alle 27 datapunkter findes i bilaget: "fiskefartøjer.xlsx"

I en model kan udviklingen beskrives ved

$$f(x) = b \cdot a^x,$$

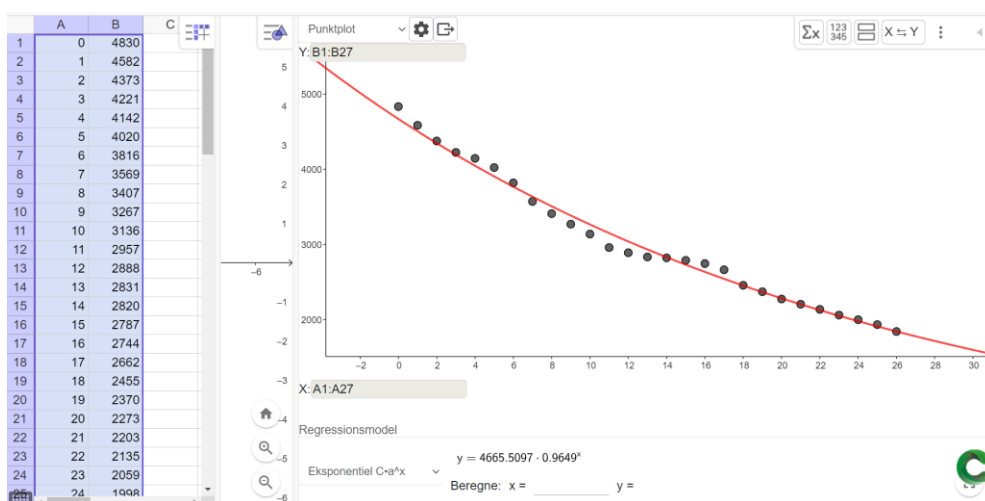
hvor $f(x)$ er antallet af fiskerfartøjer, og x er antal år efter 1996.

- Bestem tallene a og b ved eksponentiel regression på alle tabellens data.
- Bestem årstallet, hvor antallet af danske fiskerfartøjer ifølge modellen når under 1500.

Kilde: Fiskeristyrelsen / Danmarks Statistik.

a)

jeg kopierer dataene ind fra Excel arket til GeoGebra og bruger funktionen regressionsanalyse til at lave en eksponentiel regressionsmodel. Her kan jeg aflæse at $a = 0,94$ og $b = 4665,51$ da jeg ved at ligningen for en eksponentiel aftagende funktion er $f(x) = b \cdot a^x$. formel (106).



b)

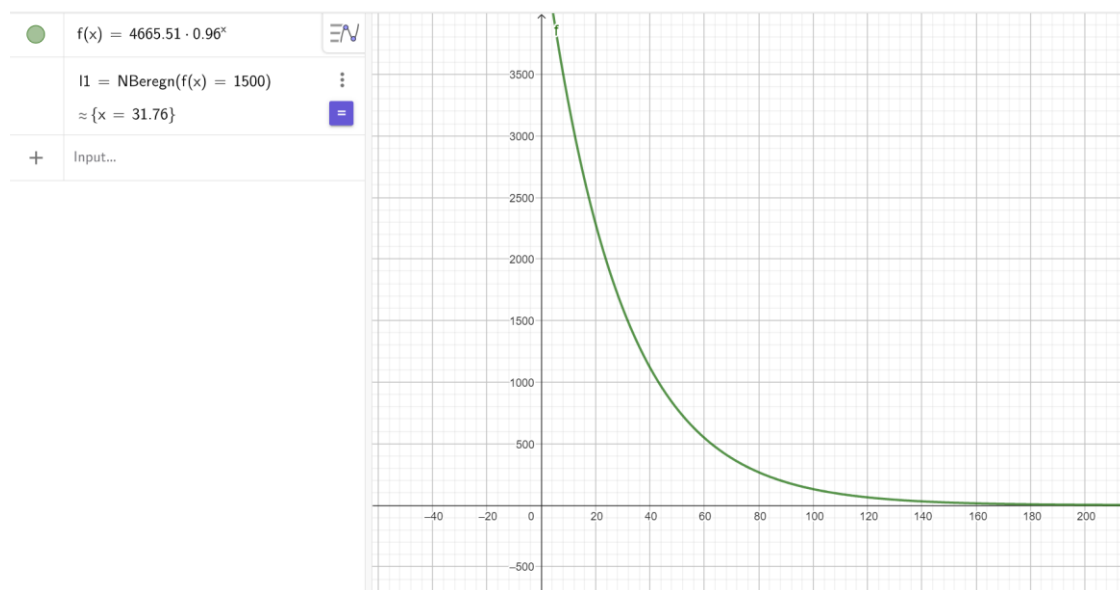
jeg skriver ligningen ind i GeoGebra og bruger beregn funktionen i GeoGebra til at finde x når $f(x)=1500$.

for at $f(x) = 1500$ skal x ca. være lig 31,76

dvs. at der går næsten 32 år efter år 1996 for at der er mindre end 1500 antal fiskefartøjer.

$$1996 + 32 = 2028$$

Altså i år 2028 vil der være under 1500 fiskefartøjer ifølge regresionsmodellen



Opgave 8

En funktion f har forskriften

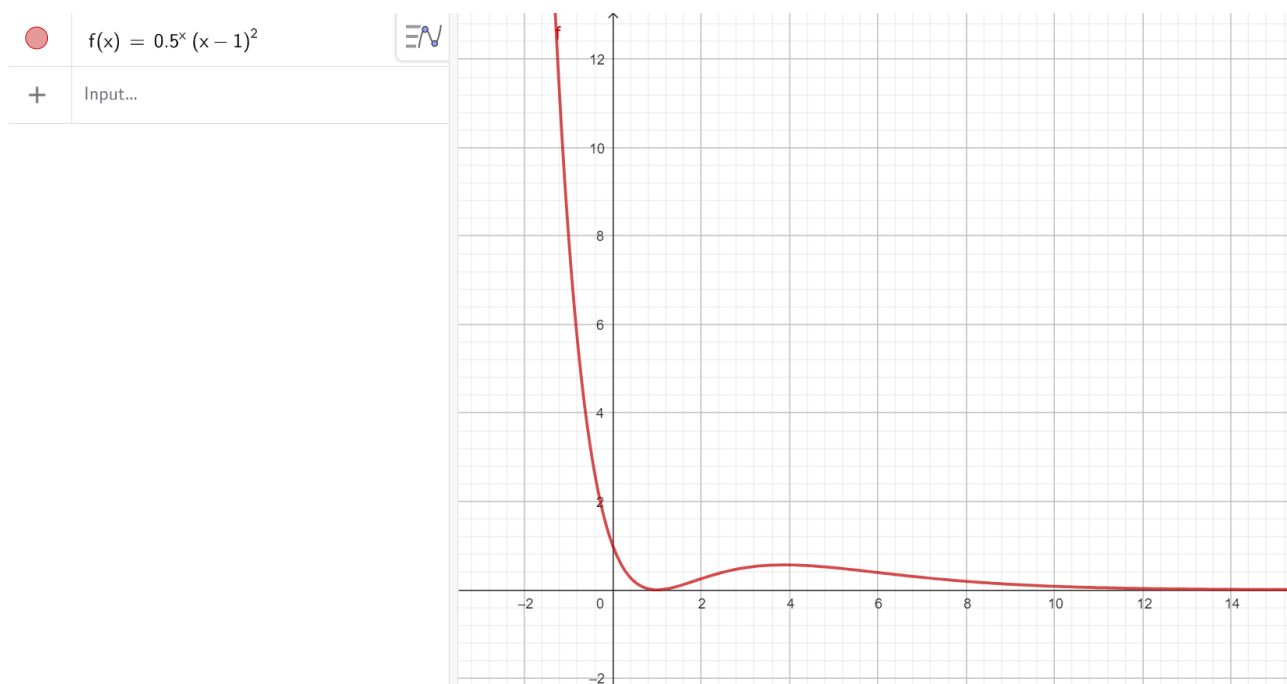
$$f(x) = 0,5^x \cdot (x-1)^2.$$

a) Tegn grafen for f .

b) Bestem monotoniforholdene for f ved hjælp af $f'(x)$.

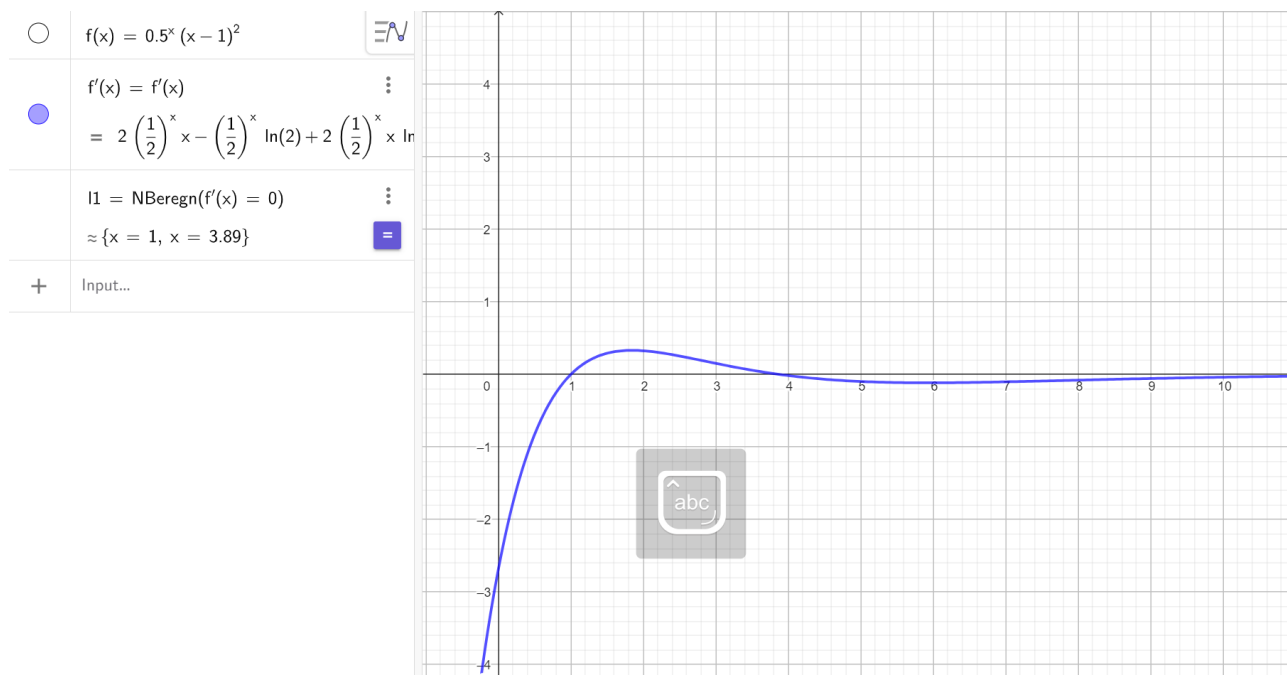
a)

jeg tegner grafen for f ved at skrive den ind i GeoGebra:



b)

jeg skriver $f'(x)$ ind i GeoGebra og bruger beregn funktionen til at finde når $f(x)=0$



Jeg ved at $f'(x)$ beskriver tangenthældningen til et givent punkt på grafen $f(x)$.

Så ved at finde $f'(x) = 0$ finder jeg også hvor tangenthældningen til grafen $f(x)$ er 0 hvilket også er grafens toppunkter.

Jeg ved så at x-værdien til toppunkterne til $f(x)$ er $x_1 = 1$ og $x_2 = 3,89$.

Jeg kan så læse på grafen $f'(x)$ med det vedlagte billede ovenover at når $x > 0$ så er grafen aftagende og når $1 < x < 3,89$ så er grafen stigende og når $3,89 < x$ så er grafen aftagende. Det kan jeg læse da $f'(x)$ beskriver grafen f 's tangenthældning til et givent punkt.

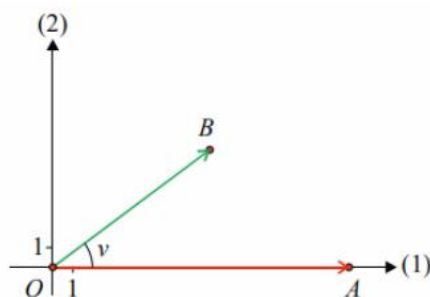
Altså er monotoniforholdet:

Aftagende $]-\infty; 1]$

stigende $[1; 3,89]$

aftagende $[3,89; \infty[$

Opgave 9



Figuren viser et koordinatsystem med punkterne $O(0,0)$, $A(15,0)$ og $B(8,6)$ samt vektorerne $\overrightarrow{OA}$ og $\overrightarrow{OB}$.

- a) Bestem afstanden mellem punkterne A og B .
- b) Benyt en formel til at bestemme vinklen v mellem $\overrightarrow{OA}$ og $\overrightarrow{OB}$.

a)

formel (69) afstand mellem to punkter $|AB| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

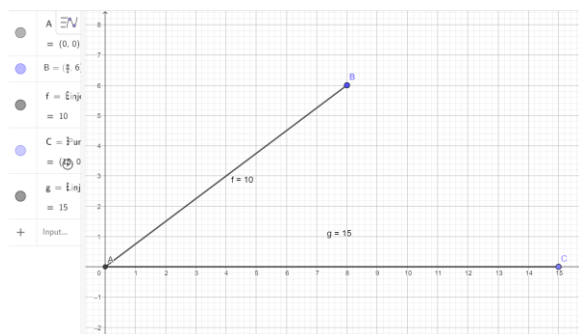
$$|AB| = \sqrt{(8 - 15)^2 + (6 - 0)^2} = \sqrt{85} = 9,22$$

Afstanden er ca. 9,22 mellem punkt A og B

b)

formel (52) $\cos(v) = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|}$

jeg bruger GeoGebra til at finde længderne af de to vektorer



$$|\vec{OA}| = 15 \quad |\vec{OB}| = 10$$

$$\cos(v) = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|} = \frac{a_1 \cdot b_1 + a_2 \cdot b_2}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|}$$

$$\cos(v) \frac{15 \cdot 8 + 0 \cdot 6}{15 \cdot 10} = \frac{4}{5} = 0,8$$

$$\cos^{-1} 0,8 = 36,87^\circ$$

$$\text{Altså } v = 36,87^\circ$$

Opgave 10

Et studium af væksten af italienske kyllinger har vist, at vægten $f(x)$, målt i kg, kan beskrives ved modellen

$$f(x) = \frac{5,52}{(1 + 0,582 \cdot 0,862^x)^{10,55}},$$

hvor x er kyllingens alder i uger.

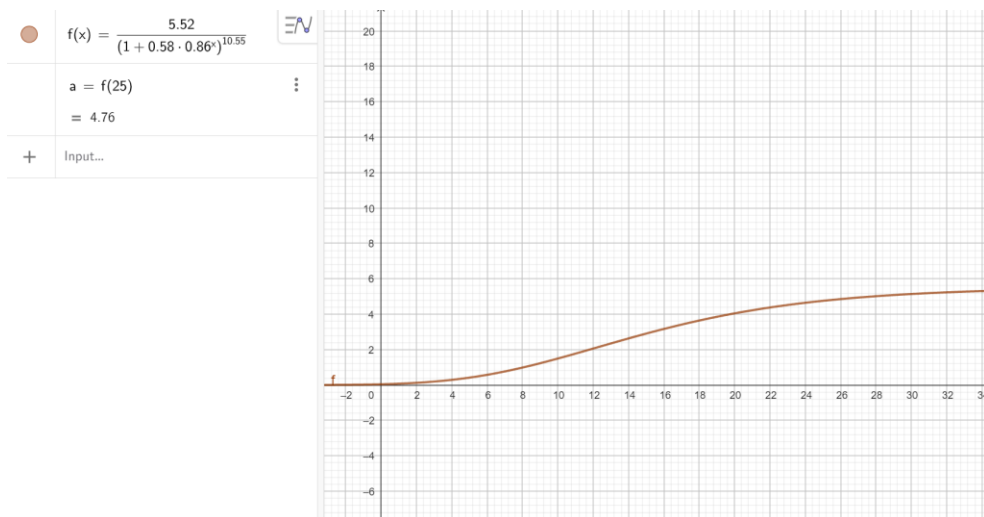
a) Bestem vægten af en 25 uger gammel kylling.

b) Bestem væksthastigheden for en 25 uger gammel kylling.

Kilde: *Modelling Growth Curves in a Nondescript Italian Chicken Breed.*

a)

jeg skriver funktionen ind i GeoGebra og får den til at beregne $f(25)$

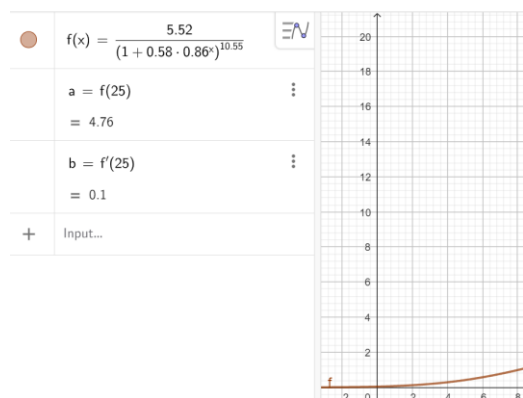


$$f(25) = 4,76$$

altså en 25 uger gammel kylling vejer 4,76 kg ifølge modellen.

b)

jeg fik GeoGebra til at beregne $f'(25)$



$f'(25) = 0,1$ dvs. at tangent hældningen til grafen når $x = 25$ er 0,1

altså væksthastigheden for en 25 uger gammel kylling er 0,1 kg per uge.

Opgave 11

En linje l er givet ved ligningen

$$x + 2y + c = 0, \quad \text{hvor } c \text{ er et negativt tal.}$$

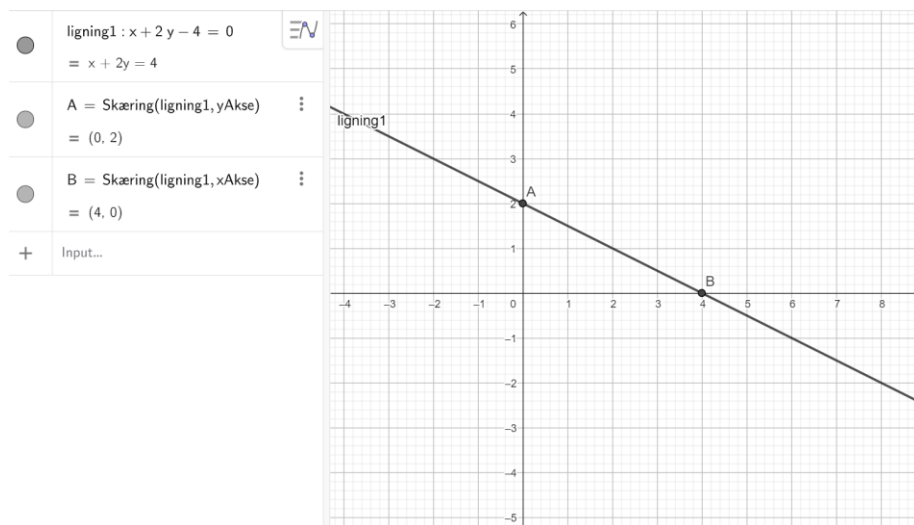
- a) Bestem for $c = -4$ koordinatsættet til hvert af linjens skæringspunkter med koordinatsystemets akser.

I første kvadrant danner linjen l sammen med koordinatsystemets akser en trekant.

- b) Bestem værdien af c , så arealet af trekanten bliver lig 13.

a)

jeg skrev $x+2y-4=0$ ind i GeoGebra og brugte skæringsværktøjet til at finde linjens skæringspunkter med de to akser.

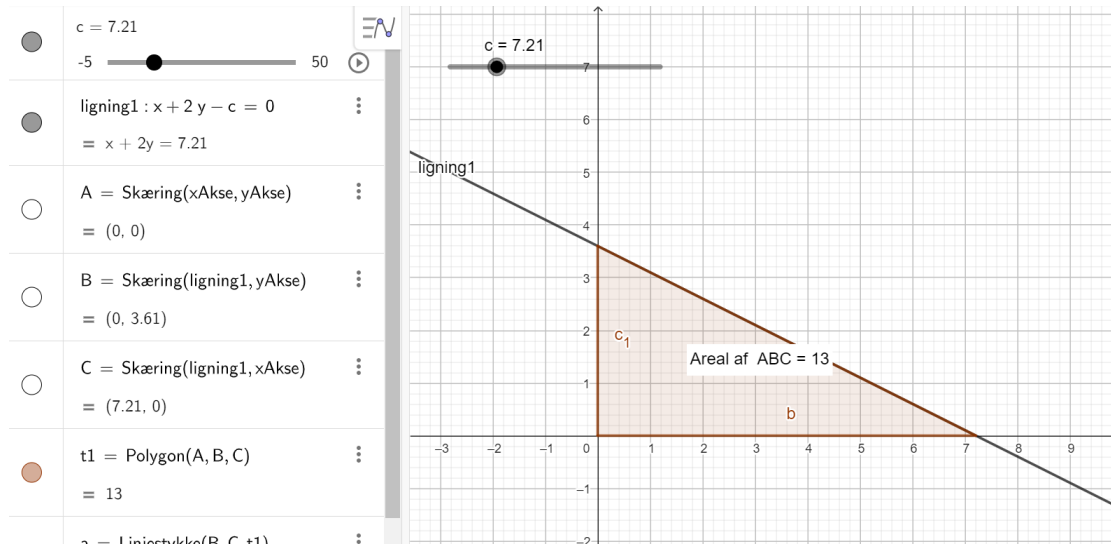


Linjens skærer y-aksen på koordinatsættet (0,2)

og den skærer x-aksen på koordinatsættet (4,0)

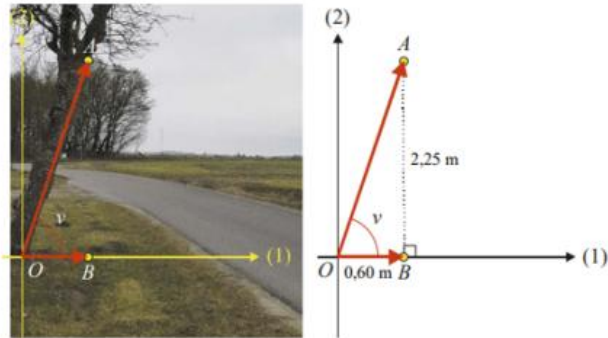
b)

jeg skrev $x+2y-c=0$ ind i GeoGebra og lavede en skyder til c . så lavede jeg en trekant der var ankret til koordinatet $(0,0)$ og til linjens to skæringspunkter til de to akser. Så brugte jeg funktionen til at finde arealet af trekanten. Så rykkede jeg på skyderen til c indtil jeg fandt den værdi c skulle have for at trekanten får arealet 13.



C skal være 7,21 for at arealet på trekanten dannet i 1. kvadrant er 13

Opgave 12



Fotoet viser et træ, som vinden har fået til at hælde.
Der er indlagt et koordinatsystem på fotoet.
Den vandrette afstand fra O til punktet B på jorden er 0,60 m.
Den lodrette afstand fra B til punktet A på træet er 2,25 m.

(10 point)

a) Bestem koordinatsættene til vektorene $\overrightarrow{OA}$ og $\overrightarrow{OB}$.

(10 point)

b) Bestem vinkel v .

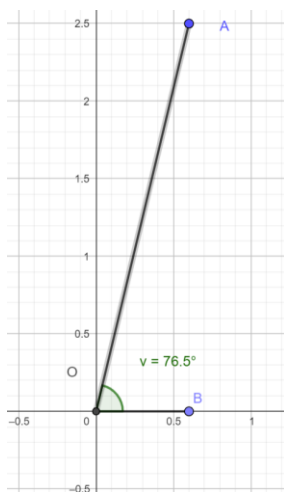
a)

$$\overrightarrow{OA} = \begin{pmatrix} 0,60 \\ 2,25 \end{pmatrix}$$

$$\overrightarrow{OB} = \begin{pmatrix} 0,60 \\ 0 \end{pmatrix}$$

b)

Jeg tegner linjerne ind i GeoGebra og finder vinklen ved at bruge vinkelfunktionen.



Jeg får vinklen til at blive $76,5^\circ$

