## Binomial – og hypergeometrisk fordeling (2 kast og 2 kugler) 2025

**Antagelser bag binomialfordelingen**

1. Et eksperiment hvor der kun er to udfald
2. Eksperimentet gentages *n* gange
3. Sandsynligheden for hvert af de to udfald ændrer sig ikke
4. Udfaldet ved hver gentagelse er uafhængigt af de forudgående udfald

**BINS** = **B**inary outcome, **I**ndependent trials, **N**umber *n* constant, **S**ame *p* per trial

Hvis det er et terningkast, kan den stokastiske variabel *X* være antal *seksere* i de *n* kast. Antagelsen om uafhængighed gælder ikke i et spil kort, hvor sandsynlighed for at få et es afhænger af om man allerede har trukket et es.

**To kast med en terning (symmetrisk sandsynlighedsfelt)**

****

I to kast med en terning er der 36 udfald, der er lige sandsynlige. Lad den stokastiske variabel *X* angive antal seksere i 2 kast med en terning. Sandsynlighedsfordelingen fås ved at tælle de gunstige og dividere med de 36 mulige udfald. Af figuren nedenfor ses, at der er 1 *dobbeltsekse*r og 10 udfald med 1 *sekser* og 1 *ikke-sekser* samt *25* udfald uden en sekser.

$$P\left(X=2\right)=P\left(6,6\right)= \frac{1}{36}$$

$$P\left(X=1\right)=P\left(6 og i6\right)= \frac{10}{36}$$

$$P\left(X=0\right)=P\left(i6 og i6\right)= \frac{25}{36}$$

Læg mærke til at summen af sandsynligheder giver 1



**To kast med en terning (trædiagram)**

![MAI 4.8] PROBABILITY II (TREE DIAGRAMS)-neha-ready-done]()

$$P\left(X=2\right)=P\left(6,6\right)= \frac{1}{6}∙\frac{1}{6}$$

$$P\left(X=1\right)=P\left(6,i6\right)+P\left(i6,6\right)=\frac{1}{6}∙\frac{5}{6}+\frac{5}{6}∙\frac{1}{6}=2∙\frac{1}{6}∙\frac{5}{6}$$

$$P\left(X=0\right)=P\left(i6,i6\right)=\frac{5}{6}∙\frac{5}{6}$$

*Addition*. Sandsynligheden for at få én *sekser* i to kast, kan får på to måder, *sekser* i det første kast eller en *sekser* i anden kast.

*Multiplikation*. Sandsynligheden for at få en *sekser* i første kast og en *ikke-sekser* i andet kast, fås ved at multiplicere sandsynlighederne.



$$P\left(X=2\right)=K(2,2)∙\left(\frac{1}{6}\right)^{2}∙\left(\frac{5}{6}\right)^{2-2}=1∙\left(\frac{1}{6}\right)^{2}∙\left(\frac{5}{6}\right)^{0} \frac{1}{36}$$

$$P\left(X=1\right)=K\left(2,1\right)∙\left(\frac{1}{6}\right)^{1}∙\left(\frac{5}{6}\right)^{2-1}= 2∙\left(\frac{1}{6}\right)^{1}∙\left(\frac{5}{6}\right)^{1}=\frac{10}{36}$$

$$P\left(X=0\right)=K\left(2,0\right)∙\left(\frac{1}{6}\right)^{0}∙\left(\frac{5}{6}\right)^{2-0}=1∙\left(\frac{1}{6}\right)^{0}∙\left(\frac{5}{6}\right)^{2}= \frac{25}{36}$$

### Hypergeometrisk fordeling (sandsynligheder uden tilbagelægning)

*Problem.* 3 hvide og 7 blå kugler ligger i en krukke og der trækkes 2 kugler. Vi vil bestemme sandsynligheden for at få 2 blå, 1 blå og 1 hvis og 2 hvide kugler.

**Metode 1.** *Kugle-krukke model*

Der udtages samtidigt 2 kugler, så antal mulige udfald bliver $K\left(10,2\right).$ Da kuglerne udtages tilfældigt, er alle udfald lige sandsynlige. Den stokastisk variabel *X* tæller antallet af sorte (**B**lack) kugler i stikprøven. Sandsynligheden for at få to sorte kugler, fås ved at vælge 2 sorte ud af de 7 sorte, hvilket kan gøres på $K\left(7,2\right) måder $*og* ingen hvide (**W**hite), hvilket kan gøres på $K\left(3,0\right)$ måder. Ifølge multiplikationsprincippet bliver antallet af gunstige muligheder $K(7,2)∙K(3,0)$. Antal mulige trækninger får ved at vælge 2 kugler blandt de 10 kugler i krukken, hvilket kan gøres på $K\left(10,2\right)$ måder.

$$P\left(X=2\right)=\frac{K(7,2)∙K(3,0)}{K(10,2)}=\frac{21∙1}{45}=\frac{21}{45}$$

$$P\left(X=1\right)=\frac{K(7,1)∙K(3,1)}{K(10,2)}=\frac{7∙3}{45}=\frac{21}{45}$$

$$P\left(X=0\right)=\frac{K(7,0)∙K(3,2)}{K(10,2)}=\frac{1∙3}{45}=\frac{3}{45}$$

**Metode 2.** *Produkt og sum af afhængige sandsynligheder*

Hvis vi udtager én kugle ad gangen uden tilbagelægning, er der forskellige måder at få 2 røde og 1 blå.



$$P\left(X=2\right)=P\left(B og B\right)=\frac{7}{10}∙\frac{6}{9}=\frac{42}{90}=\frac{21}{45}$$

$$P\left(X=1\right)=P\left(B og W\right)+P\left(W og B\right)$$

$$ =\frac{7}{10}∙\frac{3}{9}+\frac{3}{10}∙\frac{7}{9}=\frac{42}{90}=\frac{21}{45}$$

$$P\left(X=0\right)=P\left(W og W\right)=\frac{3}{10}∙\frac{2}{9}=\frac{6}{90}=\frac{3}{45}$$

*I samtale-delen kan man fx uddybe forskellen mellem at multiplicere og addere sandsynligheder*

Hvis det var med tilbagelægning, ville vi have konstante sandsynligheder

 $P\left(B\right)=\frac{7}{10} og P\left(B\right)=\frac{3}{10}$

$$P\left(X=2\right)=K\left(2,2\right)∙\left(\frac{7}{10}\right)^{2}∙\left(\frac{3}{10}\right)^{0}=1∙\frac{49}{100}=\frac{49}{100}=0,49$$

$$P\left(X=1\right)=K\left(2,1\right)∙\left(\frac{7}{10}\right)^{1}∙\left(\frac{3}{10}\right)^{1}=2∙\frac{21}{100}=\frac{42}{100}=0,42$$

$$P\left(X=0\right)=K\left(2,0\right)∙\left(\frac{7}{10}\right)^{0}∙\left(\frac{3}{10}\right)^{2}=1∙\frac{9}{100}=\frac{9}{100}=0,09$$

### Multiplikation eller addition af sandsynligheder



**Eksempel 1.** *Multiplikation af sandsynligheder*

Vi kaster en terning én gang og ser på de to hændelser *A* og *B* og på fællesmængden, der består af elementer, der ligger i *både* *A* *og* *B*

$$A= \left\{1,3,5\right\} B= \left\{4,5,6\right\} og både A og B=\left\{5\right\}$$

$$P\left(A\right)=\frac{3}{6} og P\left(B\right)=\frac{3}{6} $$

$$P\left(både A og B\right)=\frac{1}{6}\ne P\left(A\right)∙P\left(B\right)=\frac{3}{6}∙\frac{3}{6}=\frac{9}{36}=\frac{1}{4}$$

Sandsynligheden for hændelsen *B* er afhængig af om hændelsen *A* er indtruffet.

1. Hvis A er indtruffet, er sandsynligheden for B givet ved: $P\left(B, hvis A\right)=\frac{1}{6}$
2. Hvis A ikke er indtruffet, er sandsynligheden B givet ved: $P\left(B, hvis ikke A\right)=\frac{2}{6}$



**Eksempel 2. Addition af sandsynligheder**

Vi kaster en terning én gang og ser på de to hændelser *A* og *B* og på foreningsmængden, der består af elementer, der ligger i *enten* *A* *eller* *B*

$$A= \left\{1,3,5\right\} B= \left\{4,5,6\right\} og A eller B=\left\{1,3,4,5,6\right\}$$

$$P\left(A\right)=\frac{3}{6} og P\left(B\right)=\frac{3}{6} $$

$$P\left(A eller B\right)=P\left(A\right)+P\left(B\right)-P\left(både A og B\right)=\frac{3}{6}+\frac{3}{6}-\frac{1}{6}=\frac{3+3-1}{6}=\frac{5}{6}$$

*Man kan kun addere sandsynligheder af to hændelser, hvis fællesmængden er tom.*

kilder

# An Introduction to the Binomial Distribution, jbstatistics, kun de første 9 min.

<https://www.youtube.com/watch?v=qIzC1-9PwQo&t=719s>

# An Introduction to the Hypergeometric Distribution, jbstatistics, kun de første 5 min

<https://www.youtube.com/watch?v=L2KMttDm3aY>

# Binomial Distribution EXPLAINED with Examples, BINS

<https://www.youtube.com/watch?v=rvg9oUHtX50>

[https://stats.libretexts.org/Bookshelves/Introductory\_Statistics/Introductory\_Statistics\_(Shafer\_and\_Zhang)/03%3A\_Basic\_Concepts\_of\_Probability/3.03%3A\_Conditional\_Probability\_and\_Independent\_Events](https://stats.libretexts.org/Bookshelves/Introductory_Statistics/Introductory_Statistics_%28Shafer_and_Zhang%29/03%3A_Basic_Concepts_of_Probability/3.03%3A_Conditional_Probability_and_Independent_Events)

<https://support.minitab.com/en-us/minitab/help-and-how-to/statistics/basic-statistics/supporting-topics/tests-of-proportions-and-variances/what-are-independent-trials/>

Multiplication theorem of dependent and independent event

<https://www.toppr.com/guides/maths/probability/multiplication-theorem-on-probability/>

<https://www.lsu.edu/faculty/bratton/7964/lecture7.htm>

# Basic Probability: The Multiplication Rule, jbstatistics, kun de første 4 min

<https://www.youtube.com/watch?v=k-rvcvtsV2k>