# Beviser til mundtlig eksamen, ver. 01

Vi er 29 elever og spørgsmål må max dubleres 2 gange, og den sidste skal kunne vælge mellem 4 forskellige, så derfor skal der være mindst 16 forskellige spørgsmål. Nedenfor er der 19 spørgsmål, så der kan vælges 3 fra

**1. Renteformlen og opsparingsannuitet**

- Opstil renteformlen

- Opstil formlen for opsparingsannuitet

**2. Analytisk geometri**

- Forklar hvordan cirklens ligning fremkommer

- Opstil et udtryk for centrum og radius af en cirkel ud fra formen $x^{2}+y^{2}+ax+by+c=0$

**3. Vektorer**

- Redegør for skalarproduktet, herunder bevis for nogle simple sætninger.

- Bevis formlen for projektion af vektor på vektor.

**4. Vektorer og analytisk geometri**

- Redegør for skalarproduktet, herunder bevis for nogle simple sætninger.

- Bevis formlen for den vinkelrette afstand mellem punkt og linje på formen $y=ax+b$

**5. Vektorer og analytisk geometri**

- Redegør for skalarproduktet, herunder bevis for nogle simple sætninger.

- Bevis formlen for den vinkelrette afstand mellem punkt og linje på formen $ax+by+c=0$

**6. Vektorer og analytisk geometri**

- Redegør for tværvektor og determinant, herunder bevis for nogle simple sætninger

- Redegør formlen for linjens ligning på formen $ax+by+c=0$

**7. Vektorer og analytisk geometri**

- Redegør for tværvektor og determinant, herunder bevis for nogle simple sætninger

- Udled en formel til løsning af to ligninger med to ubekendte.

8. Polynomier og differentialregning

- Redegør for tangenthældningen til skæringspunkterne med akserne samt tangenthældninger i

 symmetriske punkter

- Bevis formlen for andengradsligninger via kvadratkomplettering

9. Polynomier og differentialregning

- Redegør for betydningen af koefficienterne til andengradspolynomiets graf

- Bevis formlen for andengradspolynomiets toppunkt

10. Polynomier

- Redegør for placeringen af parablens toppunkt, når to koefficienter fastholdes og den sidste

 varieres

- Bevis formlen for andengradspolynomiets toppunkt

11. Polynomier og differentialregning

- Redegør for hvordan et geometrisk optimeringsproblem kan løses uden og med differentialregning

- Bevis formlen for andengradspolynomiets toppunkt

**12. Funktioner og differentialregning**

- Udled differentialkvotienten for $f\left(x\right)=x^{2}$ ved brug af tretrinsreglen

- Opstil en generel formel for tangentligningen gennem et punkt på $f\left(x\right)=x^{2}$

**13. Funktioner og differentialregning**

- Udled differentialkvotienten for $f\left(x\right)=x^{2}$ ved brug af tretrinsreglen

- Redegør for, at sekanthældningen mellem to punkter er lig tangenthældningen i middelværdien

 af *x*-koordinaterne til de to punkter

**14. Funktioner og differentialregning**

- Udled differentialkvotienten for $f\left(x\right)=x^{2}$ ved brug af tretrinsreglen

- Redegør for Jensens ulighed $f\left(\frac{a+b}{2}\right)\leq \frac{f\left(a\right)+f\left(b\right)}{2} $, når $f\left(x\right)=x^{2}$

**15. Funktioner og differentialregning**

- Udled differentialkvotienten for $f\left(x\right)=\sqrt{x}$ ved brug af tretrinsreglen

- Opstil en generel formel for tangentligningen gennem et punkt på $f\left(x\right)=\sqrt{x}$

16. Funktioner og differentialregning

Opstil en forskrift for den omvendte til en lineær funktion $f\left(x\right)=a∙x+b$

Vis at $f\left(x\right)=x^{2} og g\left(x\right)=\sqrt{x}$ har reciprokke tangenthældninger i spejlede punkter

**17. Funktioner og differentialregning**

- Udled differentialkvotienten for $f\left(x\right)=\frac{1}{x}$ ved brug af tretrinsreglen

- Opstil en generel formel for tangentligningen gennem et punkt på $f\left(x\right)=\frac{1}{x}$

**18. Sandsynlighedsregning**

- Redegør for formlen til beregning af sandsynligheder i binomialfordelingen

- Redegør for formlen til beregning af sandsynligheder i den hypergeometriske fordeling

**19. Sandsynlighedsregning**

- Redegør for formlen for binomialkoefficienterne $K\left(n,r\right),$ herunder symmetri

- Argumenter for formlen til beregning af sandsynligheder i binomialfordelingen

**Videoer, der kan benyttes i forbindelse med spørgsmålene, resten kan besvares med dokumenter der findes under holdets dokumenter på Lectio**

**Spørgsmål 2**

# Opstilling af cirklens ligning. Analytisk geometri - Bevis: Cirklens ligning KG mat

<https://www.youtube.com/watch?v=NWSiyfb1BfU>

**Spørgsmål 3**

*Video med Lasse Østerlund Gram AU* [*https://www.youtube.com/watch?v=6bx7H3CFTm0*](https://www.youtube.com/watch?v=6bx7H3CFTm0)

I beviset benyttes længden af projektionsvektoren, hvilket redegøres for i denne video af Martin Sonnenborg eller se side 221 i A 1 bogen

<https://www.youtube.com/watch?v=MxEU2A20iDA>

*Bevis b) (ved brug af vinklen) Webmat*

<https://www.youtube.com/watch?v=ltYQYes3OcU>

**Spørgsmål 4**

Afstand mellem punkt og linje på formen $y=ax+b$. Bevis for formel (73) ud fra i videoen fra KG mat (6 min.)

<https://www.youtube.com/watch?v=rB30HFNFmZc>

Hvis linjen er vandret (*a* =0), så forenkles formlen til $\left|b-y\_{1}\right|$

I beviset benyttes en egenskab ved ensvinklede trekanter, der uddybes i denne video

<https://www.youtube.com/watch?v=6QFtW6cLPOM>

**Spørgsmål 5**

**Afstand mellem punkt og linje på formen** $ax+by+c=0$

Bevis for formel (74) i videoen fra KG mat (3 min.)

<https://www.youtube.com/watch?v=3aPQdO08WVo>

Vis, at hvis linjen er vandret, så er normalvektoren lodret, dvs. *a* = 0 og *b* = 1 og den vandrette linje har forskriften $y=-c$ og formlen forenkles til $\left|y\_{1}+c\right|$

**Spørgsmål 7**

vektormetoden

<https://www.youtube.com/watch?v=px-dTNk7wlE>

metoden med lige store tal foran x og y

<https://www.youtube.com/watch?v=jxDgpgdcThU>

**Spørgsmål 8**

Andengradspolynomiet





Bevis a) DK-style ved at multiplicere ligningen med 4a (hermed undgås brøker) K G Mat

<https://www.youtube.com/watch?v=d2XovbESyV0>

**Hvorfor plus/minus?**

Tegn løs ligningen $x^{2}=4$ grafisk ved at tegne $f\left(x\right)=x^{2}$ og $g\left(x\right)=4$



$$3) x^{2}=4⇔x^{2}-4=0⇔\left(x+2\right)\left(x-2\right)=0⇔x=2 ⋁ x=-2$$

$$4) x^{2}=4⇔\sqrt{x^{2}}=\sqrt{4}⇔\left|x\right|=2⇔x=2 ⋁ x=-2$$

Læg mærke til $\sqrt{x^{2}}=\left|x\right|$og ikke $\sqrt{x^{2}}=x$ og $\sqrt{4}=2$

**Spørgsmål 12,13 og 14**

Tretrinsreglen, KGMAT

<https://www.youtube.com/watch?v=3_gzOiWR0Gk>

# Tretrinsreglen - Bevis: Differentialkvotienten af kvadratfunktionen f(x) = x^2 KGMAT

<https://www.youtube.com/watch?v=jcsWHD741k8>

**spørgsmål 15**

kvadratrodsfunktionen

<https://www.youtube.com/watch?v=5lULUzkS4QU>

**spørgsmål 16**

reciprokfunktionen, KG MAT

<https://www.youtube.com/watch?app=desktop&v=hpIvg-zd4DA>

**lidt ekstra**

forskellen mellem f(x) og f’(x)

<https://www.youtube.com/watch?v=8l2CiyD28DY>

# DIFFERENTIALREGNING - BEVIS - Differentiering af x^3, [Jan Egballe Heinze](https://www.youtube.com/%40janegballeheinze2397)

<https://www.youtube.com/watch?v=PN66YkWvO1s&t=4s>