BØRNE- OG UNDERVISNINGSMINISTERIET
STYRELSEN FOR UNDERVISNING OG KVALITET

Matematik A

Studentereksamen

1stx221-MAT/A-20052022

Fredag den 20. maj 2022
kl. 9.00-14.00

Opgavesættet er delt i to dele:

Delprøve 1: 2 timer kun med den centralt udmeldte formelsamling, herunder vedlagte indstiksark til formelsamlingen.

Delprøve 2: 3 timer med alle tilladte hjælpemidler.

Delprøve 1 består af opgave 1-8.
Til delprøve 1 hører et bilag.

Delprøve 2 består af opgave 9-14.
Til delprøve 2 hører et digitalt bilag.

Pointtallet er angivet ud for hvert spørgsmål.

Der gives i alt 250 point.

En del af spørgsmålene er knyttet til mindstekravene.
Disse spørgsmål er markeret med grøn farve.

I bedømmelsen af besvarelsen af de enkelte spørgsmål og i helhedsindtrykket vil der blive lagt vægt på, om eksaminandens tankegang fremgår klart af besvarelsen.
I bedømmelsen af helhedsindtrykket af besvarelsen af de enkelte opgaver lægges særlig vægt på følgende fire punkter:

- *Redegørelse og dokumentation for metode*
  Besvarelsen skal indeholde en redegørelse for den anvendte løsningsstrategi med dokumentation i form af et passende antal mellemregninger *eller* matematiske forklaringer på metoden, når et matematisk værktøjsprogram anvendes.

- *Figurer, grafer og andre illustrationer*
  Besvarelsen skal indeholde hensigtsmæssig brug af figurer, grafer og andre illustrationer, og der skal være tydelige henvisninger til brug af disse i den forklarende tekst.

- *Notation og layout*
  Besvarelsen skal i overensstemmelse med god matematisk skik opstilles med hensigtsmæssig brug af symbolsprog. Hvis der anvendes matematisk notation, der ikke hører til standardviden, skal der redegøres for betydningen.

- *Formidling og forklaring*
  Besvarelsen af rene matematikopgaver skal indeholde en angivelse af givne oplysninger og korte forklaringer knyttet til den anvendte løsningsstrategi beskrevet med brug af almindelig matematisk notation.
  Besvarelsen af opgaver, der omhandler matematiske modeller, skal indeholde en kort præsentation af modellens kontekst, herunder betydning af modellens parametre. De enkelte delspørgsmål skal afsluttes med en præcis konklusion præsenteret i et klart sprog i relation til konteksten.

Delprøve 1 kl. 9.00-11.00

Opgave 1

(10 point)

a) Bestem integralet

$$\int (x^2 + 8x)dx.$$

Opgave 2

(10 point)

a) Løs ligningen

$$(x-3)\cdot(2x-5) = 0.$$

Opgave 3 Funktionerne f og g er givet ved

$$f(x) = x^2 + 5$$
$$g(x) = 4\cdot\sqrt{x}.$$

(10 point) a) Bestem $f(2)$ og $g(f(2))$.

Opgave 4 En parabel er givet ved ligningen

$$y^2 = 6\cdot x.$$

(10 point) a) Vis, at punktet $P(6,-6)$ ligger på parablen.

(10 point) b) Bestem en ligning for tangenten til parablen i punktet P.

Opgave 5 En funktion f er givet ved

$$f(x) = x^4 \cdot \sin(x).$$

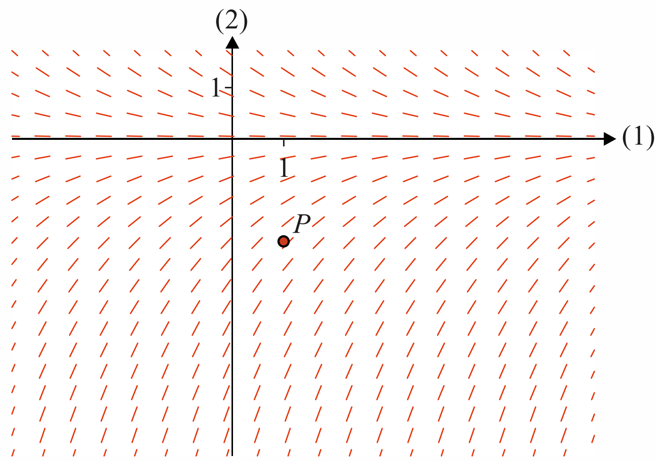
(10 point) a) Bestem $f'(x)$.

Opgave 6 På figuren ses hældningsfeltet hørende til differentialligningen

Bilag vedlagt

$$y' = -\frac{1}{2}y.$$

Grafen for en løsning f til differentialligningen går gennem punktet $P(1,-2)$.



(10 point) a) Skitsér grafen for f på bilaget.

(10 point) b) Bestem en forskrift for f.

Opgave 7 En funktion f af to variable er givet ved

$$f(x,y) = x^2 + y^2 + 2x.$$

Det oplyses, at f har ét stationært punkt.

(10 point) a) Bestem koordinatsættet til det stationære punkt.

(10 point) b) Bestem arten af det stationære punkt.

Opgave 8 En funktion f er givet ved

$$f(x) = x^3 - 3 \cdot x + 4.$$

(10 point) a) Bestem $f'(x)$, og løs ligningen $f'(x) = 0$.

En funktion g er givet ved

$$g(x) = x^3 + k \cdot x + 4, \text{ hvor } k \text{ er et tal.}$$

(10 point) b) For hvilke værdier af tallet k har grafen for g ingen vandrette tangenter?

Besvarelsen af delprøve 1 afleveres kl. 11.00

Delprøve 2 kl. 9.00-14.00

Opgave 9 En parameterkurve er givet ved stedfunktionen

$$\vec{s}(t)=\begin{pmatrix} x(t) \\ y(t) \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 4\cdot\cos(t) \\ 4\cdot(\sin(t))^2 \end{pmatrix}\ ,\quad 0\leq t\leq 2\pi.$$

(10 point) a) Tegn parameterkurven for $\vec{s}(t)$.

(10 point) b) Bestem hastighedsfunktionen $\vec{s}\,'(t)$.

Opgave 10 På et gartneri udvælger man på tilfældig måde 200 fuldt udvoksede tulipaner af en bestemt art. Man måler længden af deres stilke, og tabellen herunder viser nogle af målingerne.

Længde (mm)	300	271	…	280	261

Hele tabellen med alle 200 målinger findes i bilaget "Tulipanstilke.xlsx"

(10 point) a) Gør rede for, at længden af tulipanernes stilke med god tilnærmelse kan beskrives ved en normalfordelt stokastisk variabel X.

(10 point) b) Bestem middelværdi og spredning for X.

På gartneriet udvælger man en tilfældig tulipan af denne art.

(10 point) c) Bestem sandsynligheden for, at længden af stilken er mellem 270 mm og 330 mm.

Opgave 11 En funktion f er givet ved

$$f(x)=3\cdot\sqrt{x-2}-x+2.$$

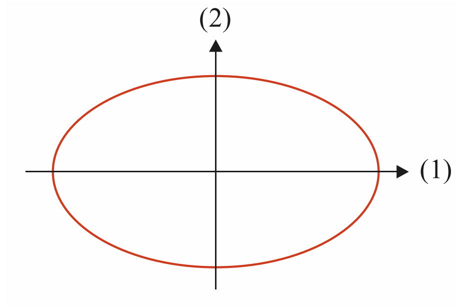
(10 point) a) Bestem funktionens nulpunkter.

Sammen med førsteaksen afgrænser grafen for f et område M i første kvadrant.

(10 point) b) Bestem rumfanget af det omdrejningslegeme, der fremkommer, når M drejes 360° om førsteaksen.

Opgave 12

Figur 1
Billedkilde: Living in harmony



Figur 2

Figur 1 viser et spisebord med en ellipseformet bordplade.
Figur 2 viser en model af bordpladen indlagt i et koordinatsystem med begyndelsespunkt i ellipsens centrum.
Bordpladen måler 180 cm på den lange led og 105 cm på den korte led.

(10 point) a) Bestem ellipsens ligning på normalform.

(10 point) b) Bestem koordinatsættet til hvert af ellipsens brændpunkter.

Opgave 13 Befolkningsudviklingen i Taiwan i perioden 1996-2019 kan i en model beskrives ved differentialligningen

$$\frac{dP}{dt} = 0{,}003641 \cdot P \cdot (23{,}95 - P),$$

hvor $P(t)$ er antallet af indbyggere i Taiwan (målt i millioner), og t er antal år efter 1996.
I 1996 var der 21,53 millioner indbyggere i Taiwan.

(10 point) a) Bestem en forskrift for P.

(10 point) b) Bestem $P'(23)$, og forklar betydningen af dette tal.

Opgave 14 Den hastighed, som vandstanden i verdenshavene stiger med, kan beskrives ved modellen

$$f(t) = 0{,}084 \cdot t + 2,$$

hvor $f(t)$ er hastigheden (målt i mm/år), og t er antal år efter 1991.

(10 point) a) Hvilken hastighed stiger vandstanden med i 2022 ifølge modellen?

(10 point) b) Bestem $\int_0^{31} f(t)\,dt$, og forklar betydningen af dette tal.

Kilde: dtu.dk

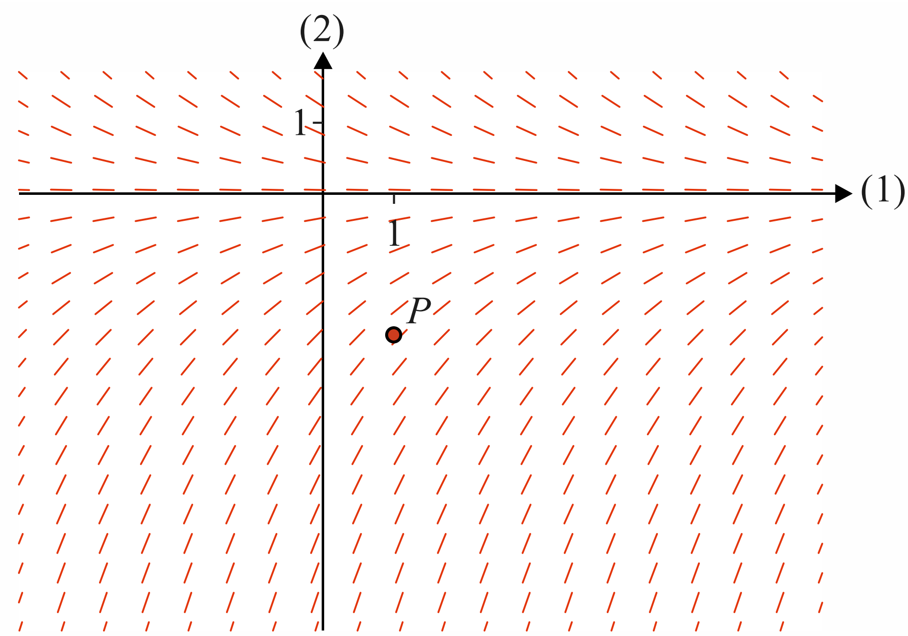
BILAG

stx matematik A 20. maj 2022

Bilaget indgår i opgavebesvarelsen

Skole		Hold	ID
Navn	Ark nr.	Antal ark i alt	Tilsynsførende

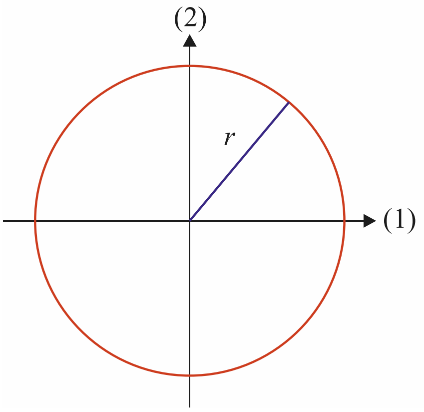
Opgave 6



Besvarelsen af delprøve 1 afleveres kl. 11.00

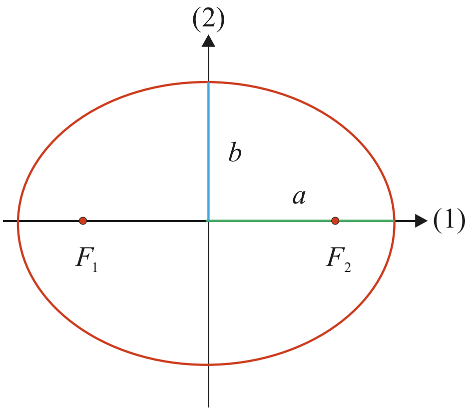
Indstiksark til formelsamlingen **stx matematik A maj 2022**

Den generelle andengradsligning i to variable	F(1)	$Ax^2 + Bxy + Cy^2 + Dx + Ey + F = 0$



Cirkel

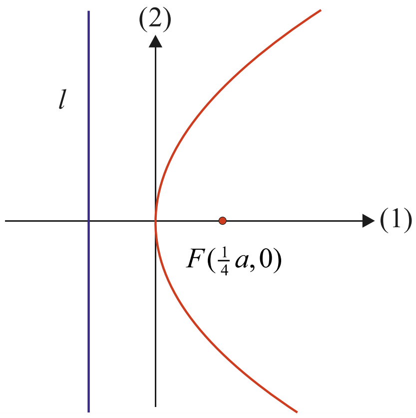
Ligning på normalform for cirkel med centrum $C(0,0)$ og radius r	F(2)	$\frac{x^2}{r^2} + \frac{y^2}{r^2} = 1$



Ellipse

Areal A af ellipse med halvakser a og b	F(3)	$A = \pi \cdot a \cdot b$
Ligning på normalform for ellipse med centrum $C(0,0)$, den halve storakse a og den halve lilleakse b	F(4)	$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$
Koordinatsæt til brændpunkter for ellipse med centrum $C(0,0)$, den halve storakse a og den halve lilleakse b	F(5)	$F_1\left(-\sqrt{a^2-b^2},0\right)$ og $F_2\left(\sqrt{a^2-b^2},0\right)$
Ligning for tangenten i punktet $P(x_0, y_0)$ til ellipsen med centrum $C(0,0)$, den halve storakse a og den halve lilleakse b	F(6)	$\frac{x_0 \cdot x}{a^2} + \frac{y_0 \cdot y}{b^2} = 1.$

Ligning på normalform for parabel med ledelinje $l:\ y=-\frac{1}{4a}$	F(7)	$y=a\cdot x^2$
Koordinatsæt til brændpunkt F for parabel med ledelinje $l:\ y=-\frac{1}{4a}$	F(8)	$F\left(0,\frac{1}{4a}\right)$



Parabel

Ligning på normalform for parabel med ledelinje $l:\ x=-\frac{1}{4}a$	F(9)	$y^2=a\cdot x$
Koordinatsæt til brændpunkt F for parabel med ledelinje $l:\ x=-\frac{1}{4}a$	F(10)	$F(\frac{1}{4}a,0)$
Ligning for tangenten til parablen med ligningen $y^2=a\cdot x$ i punktet $P(x_0,y_0)$	F(11)	$y\cdot y_0=\frac{1}{2}a\cdot(x+x_0)$