STX

STUDENTEREKSAMEN

BØRNE- OG UNDERVISNINGSMINISTERIET
STYRELSEN FOR UNDERVISNING OG KVALITET

MATEMATIK A

Torsdag den 10. august 2023
Kl. 9.00-14.00

stx232-MAT/A-10082023

Opgavesættet er delt i to dele:

Delprøve 1: 2 timer kun med den centralt udmeldte formelsamling, herunder vedlagte indstiksark til formelsamlingen.

Delprøve 2: 3 timer med alle tilladte hjælpemidler.

Delprøve 1 består af opgave 1-9.
Til delprøve 1 hører et bilag.

Delprøve 2 består af opgave 10-15.
Til delprøve 2 hører et digitalt bilag.

Der gives 10 point for hvert spørgsmål.

Der gives i alt 250 point.

En del af spørgsmålene er knyttet til mindstekravene.
Disse spørgsmål er markeret med grøn farve.

I bedømmelsen af besvarelsen af de enkelte spørgsmål og i helhedsindtrykket vil der blive lagt vægt på, om eksaminandens tankegang fremgår klart af besvarelsen.
I bedømmelsen af helhedsindtrykket af besvarelsen af de enkelte opgaver lægges særlig vægt på følgende fire punkter:

- *Redegørelse og dokumentation for metode*
  Besvarelsen skal indeholde en redegørelse for den anvendte løsningsstrategi med dokumentation i form af et passende antal mellemregninger *eller* matematiske forklaringer på metoden, når et matematisk værktøjsprogram anvendes.

- *Figurer, grafer og andre illustrationer*
  Besvarelsen skal indeholde hensigtsmæssig brug af figurer, grafer og andre illustrationer, og der skal være tydelige henvisninger til brug af disse i den forklarende tekst.

- *Notation og layout*
  Besvarelsen skal i overensstemmelse med god matematisk skik opstilles med hensigtsmæssig brug af symbolsprog. Hvis der anvendes matematisk notation, der ikke hører til standardviden, skal der redegøres for betydningen.

- *Formidling og forklaring*
  Besvarelsen af rene matematikopgaver skal indeholde en angivelse af givne oplysninger og korte forklaringer knyttet til den anvendte løsningsstrategi beskrevet med brug af almindelig matematisk notation.
  Besvarelsen af opgaver, der omhandler matematiske modeller, skal indeholde en kort præsentation af modellens kontekst, herunder betydning af modellens parametre. De enkelte delspørgsmål skal afsluttes med en præcis konklusion præsenteret i et klart sprog i relation til konteksten.

Delprøve 1 kl. 9.00-11.00

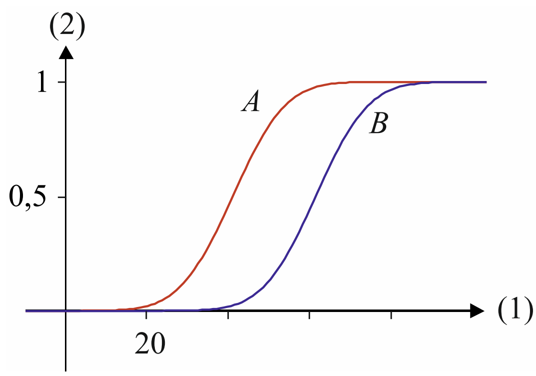
Opgave 1 En harmonisk svingning f er givet ved

$$f(x) = 3 \cdot \sin(4x + 5)\ .$$

a) Bestem amplituden og perioden.

Opgave 2

Bilag vedlagt



Figuren viser graferne A og B for fordelingsfunktionerne for to normalfordelinger.

a) Gør rede for, hvilken af de to normalfordelinger der har størst middelværdi. Brug bilaget.

Opgave 3 En vektorfunktion $\vec{s}$ er givet ved

$$\vec{s}(t) = \begin{pmatrix} t^2 - 2t + 3 \\ -t^3 + 8 \end{pmatrix}\ .$$

a) Bestem hastighedsvektoren $\vec{s}\,'(t)$.

b) Bestem den t-værdi, hvor hastighedsvektoren er vinkelret på vektoren $\vec{a} = \begin{pmatrix} 6 \\ 1 \end{pmatrix}$.

Opgave 4 En funktion f er givet ved

$$f(x) = x^3 \cdot \cos(x)\ .$$

a) Bestem $f'(x)$.

Opgave 5 a) Løs ligningssystemet

$$3x - y = 2$$
$$4x + 2y = 16\ .$$

Opgave 6 En ellipse er givet ved ligningen

$$\frac{x^2}{169}+\frac{y^2}{81}=1.$$

a) Bestem ellipsens storakse og lilleakse.

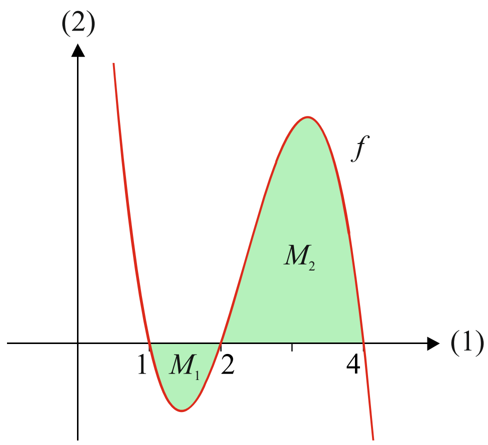
b) Bestem ellipsens areal.

Opgave 7 På figuren ses grafen for en funktion *f*.

Grafen for *f* afgrænser sammen med førsteaksen to områder M_1 og M_2.

Arealet af M_1 er 0,625.
Arealet af M_2 er 4.

a) Bestem $\int_1^4 f(x)\,dx$.



Opgave 8 En differentialligning er givet ved

$$y'=x+y+5.$$

a) Bestem linjeelementet i punktet $P(0,1)$.

En funktion *f* er givet ved $f(x)=7\mathrm{e}^x-x-6$.

b) Undersøg, om *f* er en løsning til differentialligningen.

Opgave 9

a) Bestem den stamfunktion til funktionen

$$f(x)=2x-6,$$

hvis graf har linjen med ligningen $y=1$ som tangent.

Besvarelsen af delprøve 1 afleveres kl. 11.00

Delprøve 2 kl. 9.00-14.00

Opgave 10 En vektorfunktion $\vec{s}$ er givet ved

$$\vec{s}(t) = \begin{pmatrix} -t^3 - t^2 + 2t + 5 \\ 2t^2 - 8 \end{pmatrix}.$$

a) Bestem $\vec{s}(3)$.

Parameterkurven for $\vec{s}$ skærer andenaksen i et punkt P.

b) Bestem koordinatsættet til punktet P.

Opgave 11

Billedkilde: Havenyt.dk

I et supermarked udtog man på tilfældig måde 33 agurker.
Tabellen viser sammenhørende værdier af agurkernes længde og vægt.

Længde (i cm)	23	24	34	35
Vægt (i g)	242	245	339	345

Alle tabellens 33 datapunkter findes i den vedhæftede fil: agurker.xlsx

I en model kan sammenhængen mellem en agurks længde og vægt beskrives ved

$$f(x) = a \cdot x + b,$$

hvor $f(x)$ er vægten (målt i g), og x er længden (målt i cm).

a) Benyt alle tabellens datapunkter til at bestemme tallene a og b.

b) Undersøg, om residualerne er normalfordelte.

Opgave 12 En differentialligning er givet ved

$$y' = y - \frac{1}{2}x^3.$$

Grafen for en løsning f til denne differentialligning går gennem punktet $P\left(0, \frac{1}{2}\right)$.

a) Bestem en forskrift for f.

b) Bestem maksimum for f.

Opgave 13 En parabel er bestemt ved ligningen

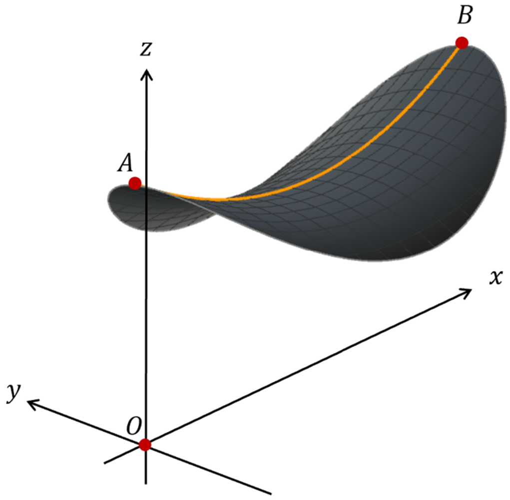
$$y^2 = 20 \cdot x\,.$$

a) Bestem brændpunkt og ledelinje for denne parabel.

b) Bestem en ligning for tangenten til parablen i punktet $P(5,10)$.

Opgave 14

Billedkilde: esj-kirker



Billedet viser Strandby Kirke nær Frederikshavn. Figuren til højre viser en model af kirkens tag i et koordinatsystem med enheden meter. I modellen har taget på kirken form som en del af grafen for funktionen f givet ved

$$f(x,y) = 9 - 0{,}3 \cdot x + 0{,}03 \cdot x^2 - 0{,}04 \cdot y^2\ ,$$

hvor $f(x,y)$ beskriver tagets højde over xy-planen.
I modellen er korset på taget placeret i punktet $A(-0.5,\ 0,\ f(-0.5,\ 0))$.
Tagets højeste punkt er $B(20.5,\ 0,\ f(20.5,0))$.

a) Bestem koordinatsættet til hvert af punkterne A og B.

b) Vis, at grafen for f har et saddelpunkt.

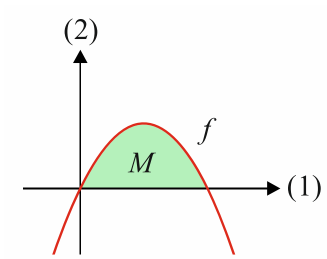
Den krumme tagryg fremkommer i modellen som en del af snitkurven for f i x-retningen, når $y = 0$.

c) Bestem kurvelængden af snitkurven fra A til B.

Opgave 15 En funktion f er bestemt ved

$$f(x) = k \cdot x - x^2\text{, hvor } k \text{ er et positivt tal.}$$

Grafen for f afgrænser sammen med førsteaksen et område M, se figur.



a) Bestem arealet af området M, når $k = 2$.

b) Bestem tallet k, så arealet af M er lig med 20.

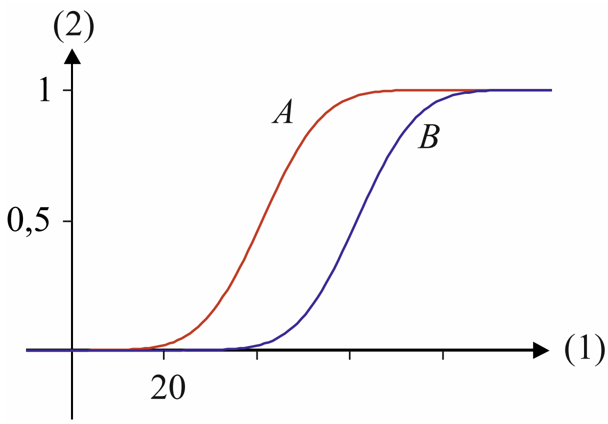
BILAG

stx matematik A 10. august 2023

Bilaget indgår i opgavebesvarelsen

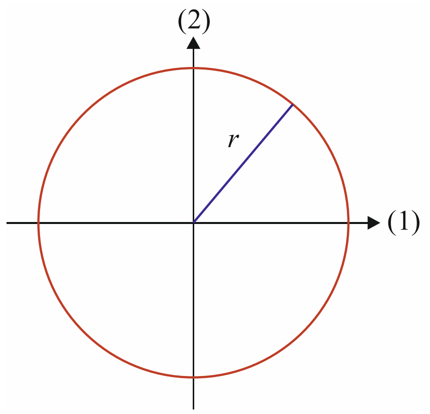
Skole		Hold	ID
Navn	Ark nr.	Antal ark i alt	Tilsynsførende

Opgave 2



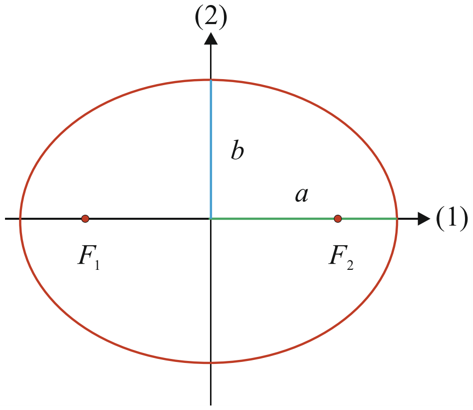
Besvarelsen af delprøve 1 afleveres kl. 11.00

Den generelle andengradsligning i to variable	F(1)	$Ax^2 + Bxy + Cy^2 + Dx + Ey + F = 0$



Cirkel

Ligning på normalform for cirkel med centrum $C(0,0)$ og radius r	F(2)	$\frac{x^2}{r^2} + \frac{y^2}{r^2} = 1$

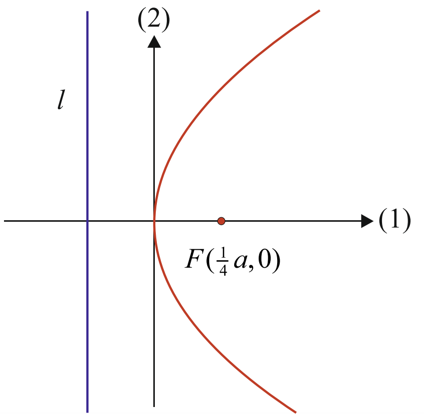


Ellipse

Areal A af ellipse med halvakser a og b	F(3)	$A = \pi \cdot a \cdot b$
Ligning på normalform for ellipse med centrum $C(0,0)$, den halve storakse a og den halve lilleakse b	F(4)	$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$
Koordinatsæt til brændpunkter for ellipse med centrum $C(0,0)$, den halve storakse a og den halve lilleakse b	F(5)	$F_1\left(-\sqrt{a^2 - b^2}, 0\right)$ og $F_2\left(\sqrt{a^2 - b^2}, 0\right)$
Ligning for tangenten i punktet $P(x_0, y_0)$ til ellipsen med centrum $C(0,0)$, den halve storakse a og den halve lilleakse b	F(6)	$\frac{x_0 \cdot x}{a^2} + \frac{y_0 \cdot y}{b^2} = 1.$

Ligning på normalform for parabel med ledelinje $l:\ y=-\frac{1}{4a}$ — F(7) $y=a\cdot x^2$

Koordinatsæt til brændpunkt F for parabel med ledelinje $l:\ y=-\frac{1}{4a}$ — F(8) $F\left(0,\frac{1}{4a}\right)$



Parabel

Ligning på normalform for parabel med ledelinje $l:\ x=-\frac{1}{4}a$ — F(9) $y^2=a\cdot x$

Koordinatsæt til brændpunkt F for parabel med ledelinje $l:\ x=-\frac{1}{4}a$ — F(10) $F(\frac{1}{4}a,0)$

Ligning for tangenten til parablen med ligningen $y^2=a\cdot x$ i punktet $P(x_0,y_0)$ — F(11) $y\cdot y_0=\frac{1}{2}a\cdot(x+x_0)$