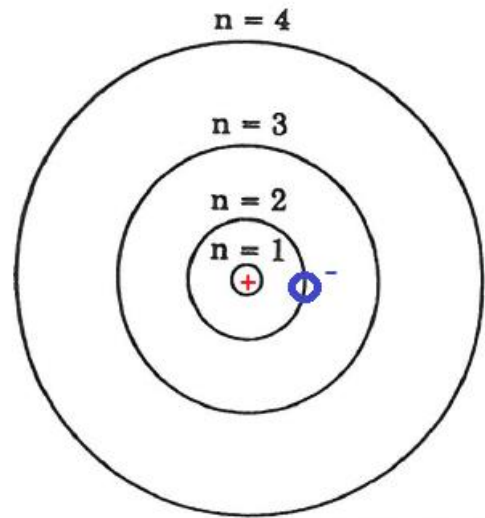


Energyniveauer i et brintatom

Bohrs 1. postulat:

Atomet kan kun befinde sig i en stationær tilstand, hvor elektronen befinder sig i en ganske bestemt bane.

På figuren er der en skitse af
Bohrs model for et brintatom
Skitsen er ikke i skala, idet
banernes radius vokser med n^2 .



Bohrs formel for energi i n 'te skal, jf. Bohrs 1. postulat:

$$E_n = -\frac{h \cdot c \cdot R}{n^2}, \quad n = 1, 2, 3, 4, \dots$$

Konstanternes værdier:

Plancks konstant: $h = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$

Lysets fart i vakuum: $c = 3,00 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$

Rydbergs konstant: $R = 1,097 \cdot 10^7 \text{ m}^{-1}$

Der fås:

$$\begin{aligned} h \cdot c \cdot R &= 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s} \cdot 3,00 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 1,097 \cdot 10^7 \text{ m}^{-1} \\ &= 2,181933 \cdot 10^{-18} \cdot \text{J} \approx 2,182 \cdot 10^{-18} \text{ J} = 2,182 \text{ aJ} \quad (\text{atto} = 10^{-18}) \end{aligned}$$

Dvs. **energyniveauerne** er

$$E_n = -\frac{2,182 \cdot 10^{-18} \text{ J}}{n^2} = -\frac{2,182 \text{ aJ}}{n^2}, \quad n = 1, 2, 3, 4, \dots$$

Der fäs:

$$n = 1 : E_1 = -\frac{2,182 \cdot 10^{-18} \text{ J}}{1^2} = -2,182 \cdot 10^{-18} \cdot \text{J} \approx -2,182 \text{ aJ}$$

$$n = 2 : E_2 = -\frac{2,182 \cdot 10^{-18} \text{ J}}{2^2} = -0,5455 \cdot 10^{-18} \cdot \text{J} \approx -0,546 \text{ aJ}$$

$$n = 3 : E_3 = -\frac{2,182 \cdot 10^{-18} \text{ J}}{3^2} = -0,2424444444444444 \cdot 10^{-18} \cdot \text{J} \approx -0,242 \text{ aJ}$$

$$n = 4 : E_4 = -\frac{2,182 \cdot 10^{-18} \text{ J}}{4^2} = -0,136375 \cdot 10^{-18} \cdot \text{J} \approx -0,136 \text{ aJ}$$

$$n = 5 : E_5 = -\frac{2,182 \cdot 10^{-18} \text{ J}}{5^2} = -0,08728 \cdot 10^{-18} \cdot \text{J} \approx -0,087 \text{ aJ}$$

$$n = 6 : E_6 = -\frac{2,182 \cdot 10^{-18} \text{ J}}{6^2} = -0,06061111111111111 \cdot 10^{-18} \cdot \text{J} \approx -0,061 \text{ aJ}$$

$$n = 7 : E_7 = -\frac{2,182 \cdot 10^{-18} \text{ J}}{7^2} = -0,04453061224489795 \cdot 10^{-18} \cdot \text{J} \approx -0,045 \text{ aJ}$$

Osv.

Tilsvarende udregninger foretaget i eV:

$$\begin{aligned}h \cdot c \cdot R &= 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s} \cdot 3,00 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 1,097 \cdot 10^7 \text{ m}^{-1} \\&= 2,181933 \cdot 10^{-18} \cdot \text{J} \\&= \frac{2,181933 \cdot 10^{-18} \cdot \text{J}}{1,602 \cdot 10^{-19} \frac{\text{J}}{\text{eV}}} \\&= 13,62005617978 \cdot \text{eV} \approx 13,62 \text{ eV}\end{aligned}$$

Dvs. **energiniveauerne** er

$E_n = -\frac{13,62 \text{ eV}}{n^2}, \quad n = 1, 2, 3, 4, \dots$
--

Der fås:

$$n = 1 : E_1 = -\frac{13,62 \text{ eV}}{1^2} = -\mathbf{13,62 \text{ eV}}$$

$$n = 2 : E_2 = -\frac{13,62 \text{ eV}}{2^2} = -3,405 \text{ eV} \approx -\mathbf{3,405 \text{ eV}}$$

$$n = 3 : E_3 = -\frac{13,62 \text{ eV}}{3^2} = -1,513333333333 \cdot \text{eV} \approx -\mathbf{1,513 \text{ eV}}$$

$$n = 4 : E_4 = -\frac{13,62 \text{ eV}}{4^2} = -0,85125 \cdot \text{eV} \approx -\mathbf{0,8513 \text{ eV}}$$

$$n = 5 : E_5 = -\frac{13,62 \text{ eV}}{5^2} = -0,5448 \cdot \text{eV} \approx -\mathbf{0,5448 \text{ eV}}$$

$$n = 6 : E_6 = -\frac{13,62 \text{ eV}}{6^2} = -0,378333333333 \cdot \text{eV} \approx -\mathbf{0,3783 \text{ eV}}$$

$$n = 7 : E_7 = -\frac{13,62 \text{ eV}}{7^2} = -0,2779591836735 \cdot \text{eV} \approx -\mathbf{0,2780 \text{ eV}}$$

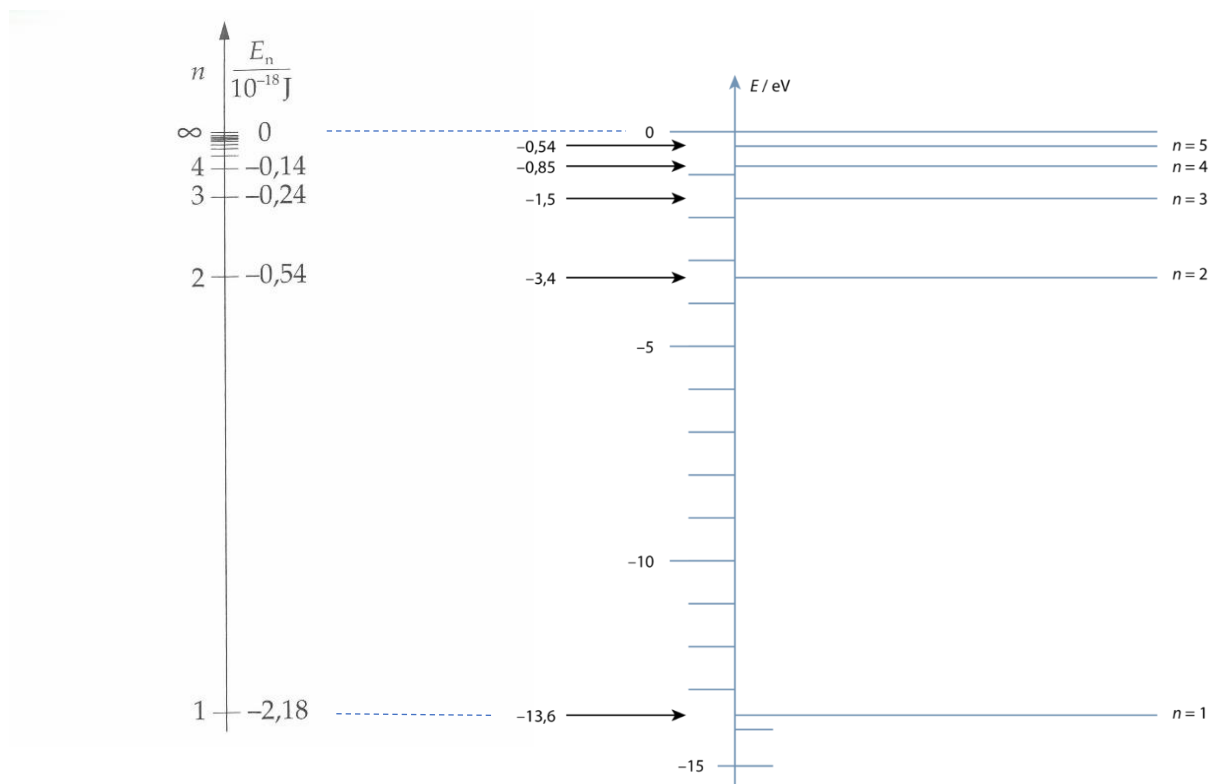
Osv.

Se også Orbit C STX, 3. udgave, s. 183

Energyniveaudiagram for et brintatom:

i aJ

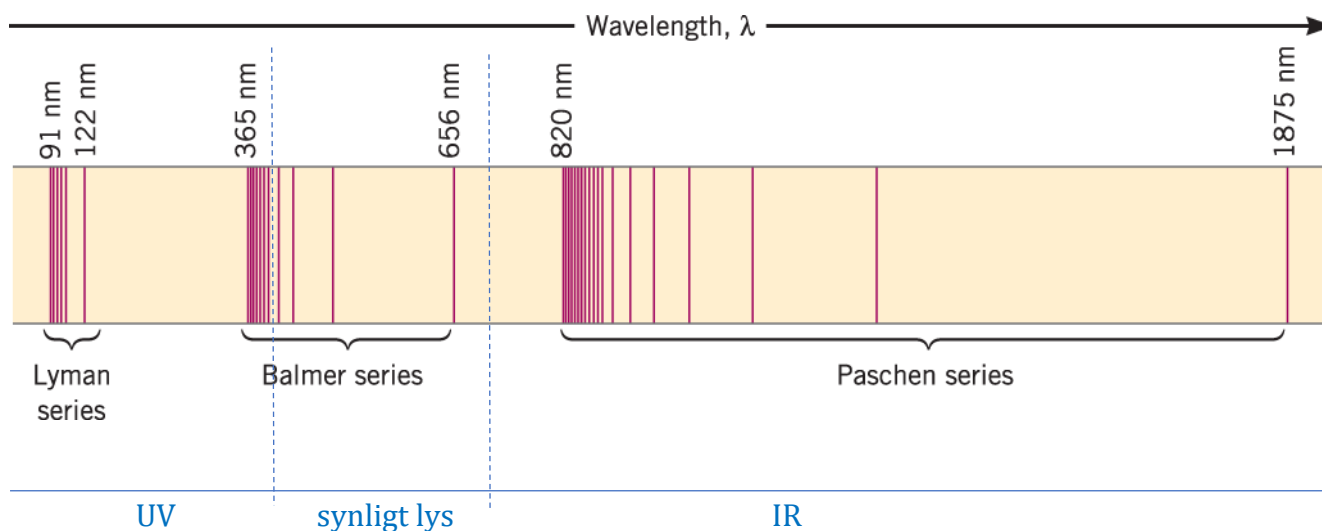
i eV (*Orbit C STX, 3. udg., s. 182*)



Energyniveauerne i hydrogen

Kun udvalgte energier er mulige for energien af et hydrogenatom. De forskellige energyniveauer er nummererede med tallet n . Energien 0 J svarer til, at elektronen er i hvile meget langt væk fra atomkernen (protonen).

Brintspektrum og systematisk inddeling af brintspektret:



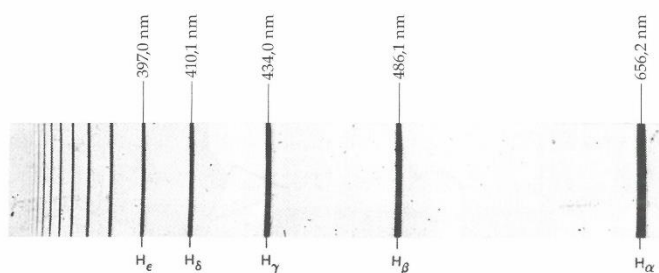
Det ses, at brintspektret er inddelt i distinkte grupper (så kaldte serier) af linier, hver opkaldt efter den fysiker, som undersøgte netop den gruppe.

Alle linier i Lymanserien ligger det ultraviolette område (bølgelængderne kortere end ca. 400 nm)

De fire linier til højre i Balmerserien ligger i det synlige område (bølgelængderne mellem ca. 400 og 700 nm), alle de andre linier ligger i det ultraviolette område.

For alle de andre serier (her er der kun angivet Paschenserien) ligger alle linierne i det infrarøde område (bølgelængderne længere end ca. 700 nm). Der er uendelig mange serier til højre for de allerede viste tre serier på figuren.

Et nærmere kig på **Balmerserien**:



Balmer-serien

Hydrogens spektrum indeholder i det synlige område fem linjer, som tilsyneladende fortsætter med stadigt tættere-liggende linjer ind i det ultraviolette område.

I 1885 havde schweizeren *Johann Balmer* påvist, at spektrallinjerne for det letteste grundstof, hydrogen, udviser en simpel regelmæssighed. Bølgelængderne for de dengang fire kendte linjer i den synlige del af spektret kunne alle udtrykkes ved formlen

$$\lambda = (364,56 \text{ nm}) \cdot \frac{n^2}{n^2 - 4}$$

hvor det hele tal n ($=3, 4, \dots$) nummererer de forskellige linjer.

Linje	λ/nm	
H α	656,210	rød
H β	486,074	blå
H γ	434,01	violet
H δ	410,12	violet

Ovenstående Balmers formel kan bruges til at beregne bølgelængderne af linierne i Balmerserien. Formlen er af Balmer bestemt ved at prøve sig frem!

Ingen kunne teoretisk forklare denne udseende af spektret, og heller ikke Balmers formel og heller ikke den mere generelle Rydbergformel (ja, ham Rydberg med Rydbergkonstanten ☺), før Niels Bohr fik sine "ud af boksen" ideer!

Rydbergformlen ser i øvrigt sådan ud:

$$\frac{1}{\lambda} = R \cdot \left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right), \quad n, m = 1, 2, 3, \dots \text{ og } n > m$$

hvor

$$R = 1,097 \cdot 10^7 \text{ m}^{-1}$$

For de forskellige m -værdier fås de forskellige serier:

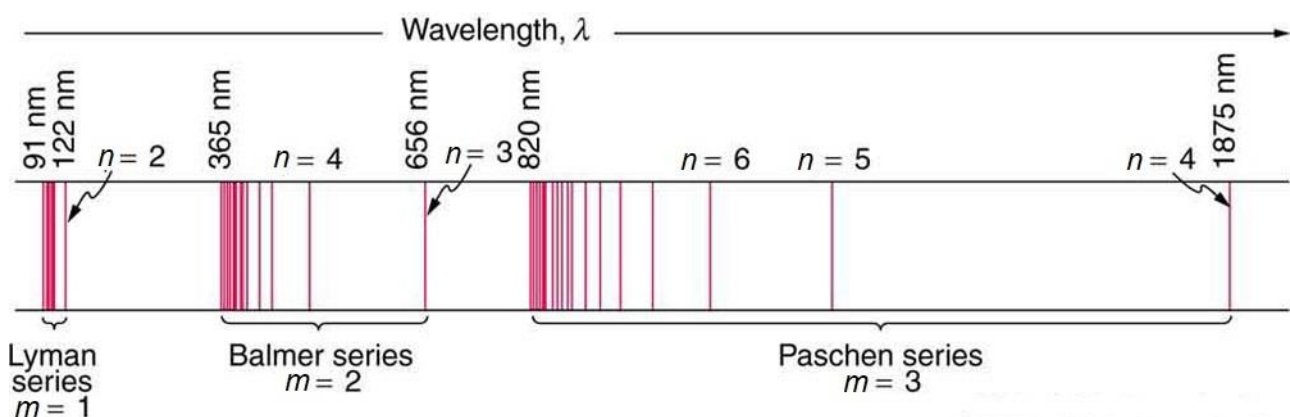
Lymanserien fås for $m = 1$ og $n = 2, 3, 4, \dots$

Balmerserien fås for $m = 2$ og $n = 3, 4, 5, \dots$

Paschenserien fås for $m = 3$ og $n = 4, 5, 6, \dots$

Brackettserien fås for $m = 4$ og $n = 5, 6, 7, \dots$

osv.



Prøv evt. at sætte $m = 2$ og $n = 3$ ind i Rydbergformlen, og se, om du får den rigtige bølgelængde $\lambda_{3 \rightarrow 2} = 656,2 \text{ nm}$.

Prøv evt. med andre værdier af m og n .

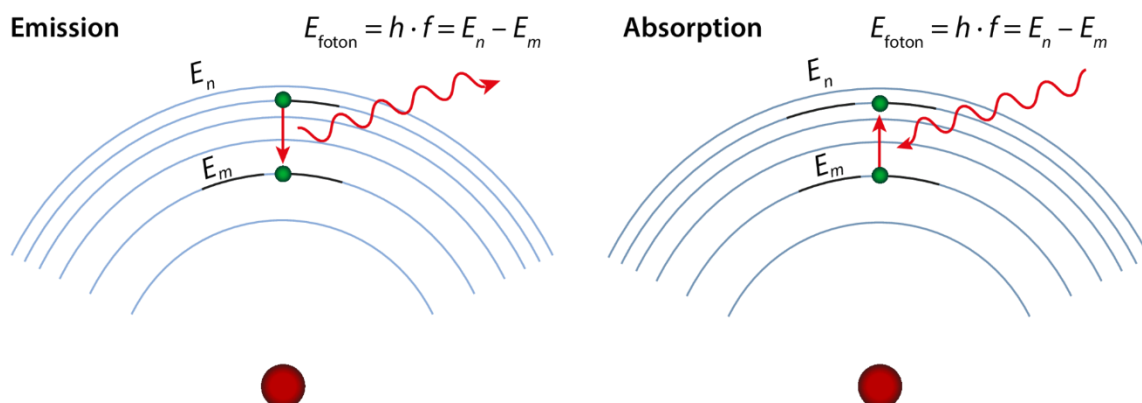
Vi har allerede mødt Bohrs 1. postulat: Brintatomet kan kun befinde sig i en stationær tilstand, hver med en bestemt baneradius og bestemt energi, og vi har bestemt disse energier.

Nu er det på tide, at møde Bohrs 2. postulat:

Bohrs 2. postulat:

Ændring af et atoms stationær tilstand til en anden stationær tilstand kan kun ske ved, at atomet enten udsender (emitterer) eller optager (absorberer) en foton med en energi, som svarer præcis til energiforskellen mellem de to niveauer:

$$E_{\text{foton}} = E_n - E_m, \quad n > m$$



Idet $E_{\text{foton}} = h \cdot f$, følger heraf den såkaldte Bohrs frekvensbetingelse:

$$h \cdot f = E_n - E_m$$

Idet

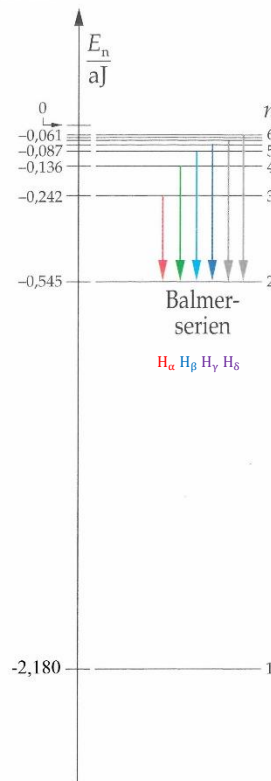
$$f = \frac{c}{\lambda}$$

kan ovenstående betingelse omskrives til:

$$\frac{h \cdot c}{\lambda} = E_n - E_m$$

Eksempel på nogle overgange - Balmer-serien (*de 4 synlige linier i et brintspektrum*):

Linje	λ/nm
H_α	656,210
H_β	486,074
H_γ	434,01
H_δ	410,12



Balmer-serien

Energierne af de forskellige niveauer er her angivet i energienheden $\text{aJ} = 10^{-18} \text{ J}$.

Lad os se, hvordan det stemmer overens med Bohrs 2. postulat:

$$E_{\text{foton}} = E_n - E_m, \quad n > m$$

Der gælder jf. Plancks formel og bølgeligningen, at:

$$\left. \begin{array}{l} E_{\text{foton}} = h \cdot f \\ f = \frac{c}{\lambda} \end{array} \right\} : E_{\text{foton}} = \frac{h \cdot c}{\lambda} \quad \Leftrightarrow \quad \lambda = \frac{h \cdot c}{E_{\text{foton}}}$$

Eller som én samlet formel

$$\lambda_{n \rightarrow m} = \frac{h \cdot c}{E_n - E_m}$$

Udregninger for Balmer-serien (hvor $m = 2$):

Overgang:

$$3 \rightarrow 2 : \quad E_{\text{foton}} = E_3 - E_2 = -0,242 \text{ aJ} - (-0,546 \text{ aJ}) = 0,304 \cdot \text{aJ}$$

$$\lambda_{3 \rightarrow 2} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s} \cdot 3,00 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{0,304 \cdot 10^{-18} \text{ J}} = 6,542763157894735 \cdot 10^{-7} \cdot \text{m} \approx \mathbf{654 \text{ nm}}$$

$$4 \rightarrow 2 : \quad E_{\text{foton}} = E_4 - E_2 = -0,136 \text{ aJ} - (-0,546 \text{ aJ}) = 0,410 \cdot \text{aJ}$$

$$\lambda_{4 \rightarrow 2} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s} \cdot 3,00 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{0,410 \cdot 10^{-18} \text{ J}} = 4,851219512195121 \cdot 10^{-7} \cdot \text{m} \approx \mathbf{485 \text{ nm}}$$

$$5 \rightarrow 2 : \quad E_{\text{foton}} = E_5 - E_2 = -0,087 \text{ aJ} - (-0,546 \text{ aJ}) = 0,459 \cdot \text{aJ}$$

$$\lambda_{5 \rightarrow 2} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s} \cdot 3,00 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{0,459 \cdot 10^{-18} \text{ J}} = 4,333333333333332 \cdot 10^{-7} \cdot \text{m} \approx \mathbf{433 \text{ nm}}$$

$$6 \rightarrow 2 : \quad E_{\text{foton}} = E_6 - E_2 = -0,061 \text{ aJ} - (-0,546 \text{ aJ}) = 0,485 \cdot \text{aJ}$$

$$\lambda_{6 \rightarrow 2} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s} \cdot 3,00 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{0,485 \cdot 10^{-18} \text{ J}} = 4,101030927835051 \cdot 10^{-7} \cdot \text{m} \approx \mathbf{410 \text{ nm}}$$

De ses, at de beregnede bølgelængder stemmer meget godt overens med de observerede bølgelængder (på nær afrundingsfejl undervejs)!

Lignende beregninger kan man udføre for alle de andre overgange, hvor slutskaalen er $m = 1, m = 2, m = 3$, osv. Hvis ikke man afrunder undervejs, får man en perfekt overensstemmelse med de målte bølgelængder! Det gjorde man i 1910-20'erne, og det var en stærk bekræftelse af, at Bohrs mærkelige ideer var ikke så ringe endda 😊

Dvs. Bohr kunne teoretisk forklare Balmer's formel (og den mere generelle Rydberg's formel), og de kunne ingen gøre før Bohr! Denne opdagelse indbragte Niels Bohr Nobelprisen i fysik i 1922.

I Orbit C, 3. udgave, side 184 øverst står der en analog beregning af bølgelængden $\lambda_{3 \rightarrow 2}$, hvor de stationære tilstandes energier er angivet i eV:

Benytter vi tabellens data, finder vi

$$\lambda_{3 \rightarrow 2} = \frac{h \cdot c}{E_3 - E_2} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s} \cdot 3,00 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{(-1,513 \text{ eV} - (-3,405 \text{ eV})) \cdot 1,602 \cdot 10^{-19} \frac{\text{J}}{\text{eV}}}$$

$$= 656,2 \text{ nm}$$

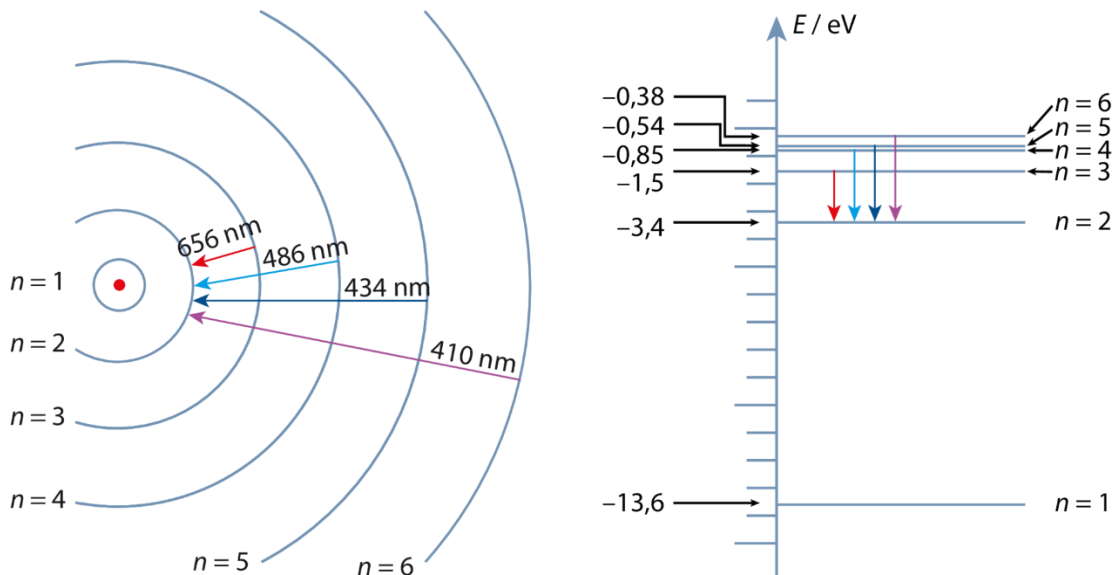
Og på tilsvarende måde

$$\lambda_{4 \rightarrow 2} = 486,1 \text{ nm}$$

$$\lambda_{5 \rightarrow 2} = 434,1 \text{ nm}$$

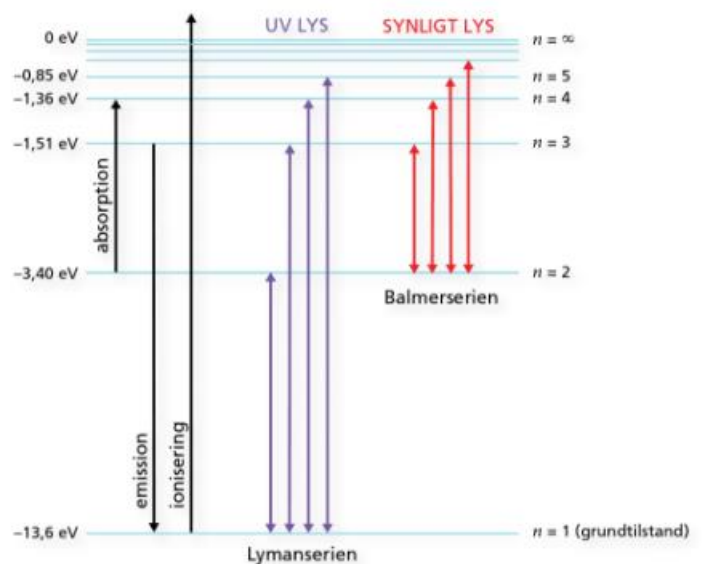
$$\lambda_{6 \rightarrow 2} = 410,2 \text{ nm}$$

De tilsvarende overgange er vist på figuren på samme side:

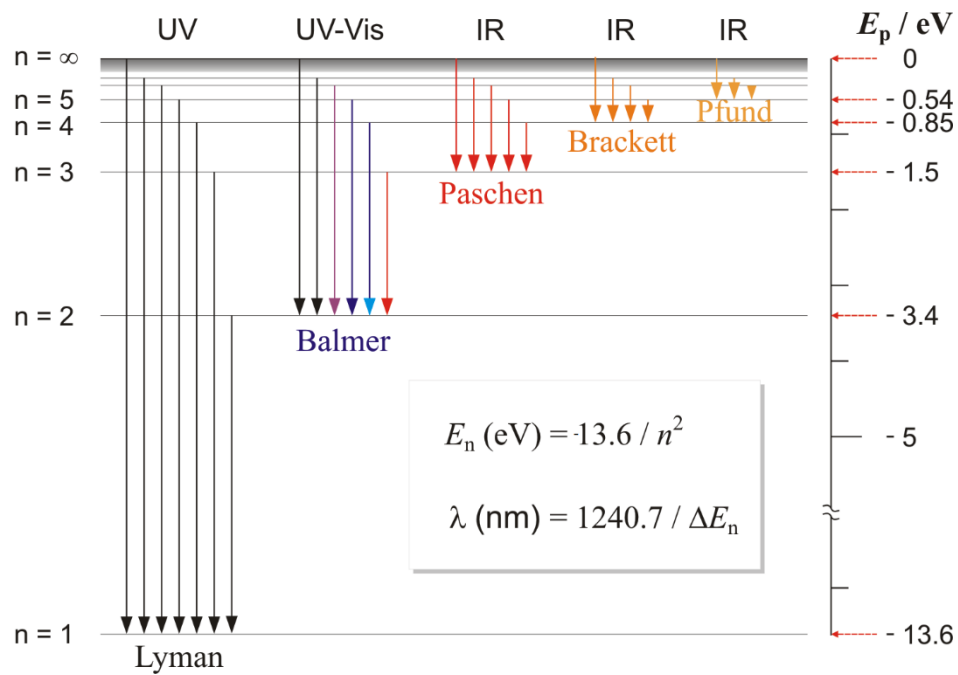


Til højre på ovenstående figur er angivet de tilsvarende overgange i energiniveaudiagrammet.

En figur, som viser overgange svarende til både Lymanserien og Balmerserien



En anden figur med nogle flere serier angivet:



En figur mere, denne gang med skallerne indtegnet (ikke i skala):

