

GEORG MOHR-KONKURRENCEN 2023

Første runde

Tirsdag den 22. november 2022

Varighed: 90 minutter

Tilladte hjælpemidler: ingen

Svarene angives på det medfølgende svarark

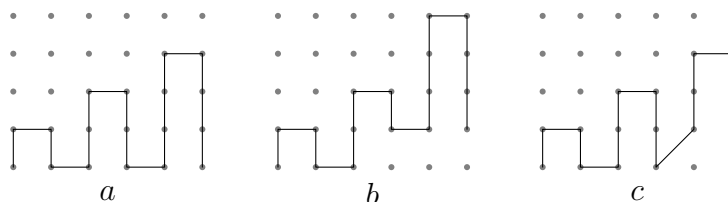
HUSK at der er 20 opgaver i alt på 90 minutter, så hvis du går i stå i en opgave, er det en god idé hurtigt at gå videre til næste opgave.

MULTIPLE CHOICE-OPGAVER

Til hver af opgaverne 1 - 10 er angivet fem svarmuligheder A, B, C, D og E.

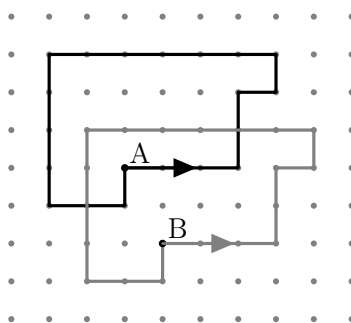
En af disse muligheder er korrekt.

1. Figuren viser tre kurver med længde a , b og c .



Hvad er sandt?

- A) $a < b < c$ B) $b < c < a$ C) $c < b < a$ D) $c < a < b$ E) $b < a < c$
2. Momo har tre 1×1 -plader, tre 2×2 -plader, tre 4×4 -plader og tre 8×8 -plader. Mimi låner nogle af dem. Det samlede areal af de lånte plader er 110. Hvor mange plader har Mimi lånt?
- A) 3 B) 5 C) 8 D) 10 E) det kan ikke afgøres
3. Alma og Berta løber ad hver sin bane i pilens retning. De starter samtidig, Alma ved A og Berta ved B. Berta løber dobbelt så hurtigt som Alma. Hvor mange hele omgange når Alma at gennemføre inden de støder ind i hinanden?

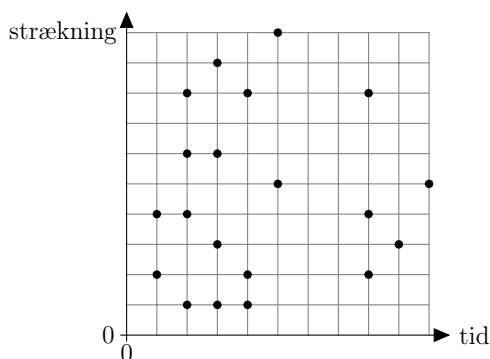


- A) 1 B) 2 C) 4 D) 9 E) de vil aldrig mødes

4. En arkitekt har tegnet et kasseformet kornlager hvor a er længden, b er bredden, og c er højden. Alle mål er i meter og opfylder $a < b < c$. Hun får besked om at lagerets rumfang skal være lidt større, og beslutter sig for at gøre enten a , b eller c en meter længere. Hvilken skal hun vælge for at rumfanget øges mest muligt?

A) a B) b C) c D) det afhænger af størrelsen på a , b og c
 E) rumfanget øges lige meget uanset om hun vælger a , b eller c

5. Tyve personer tog en løbetur, og for hver person er sammenhængen mellem tid og strækning markeret med et punkt i koordinatsystemet.



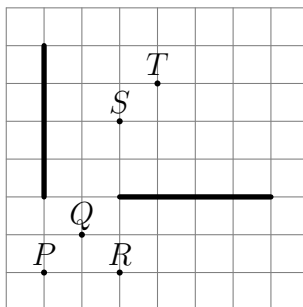
Deres træner inddeler dem i grupper så man er i gruppe med præcis dem der har samme gennemsnitshastighed som en selv. Hvor mange personer er der i den største gruppe?

A) 3 B) 4 C) 5 D) 7 E) 8

6. Valdemar skriver sin pinkode ned ved at omkode hvert ciffer på følgende måde: Først ganger han cifferet med 19, derefter lægger han 30 til, til slut ganger han med 241, og derefter beholder han det sidste ciffer i resultatet. Hvor mange af cifrene 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 og 9 vil omkodes til sig selv ved Valdemars kodning?

A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 5

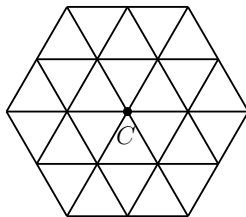
7. Ana vil vælge et punkt så det ene linjestykke føres over i det andet ved en drejning om punktet.



Hvilke af de fem punkter kan Ana vælge?

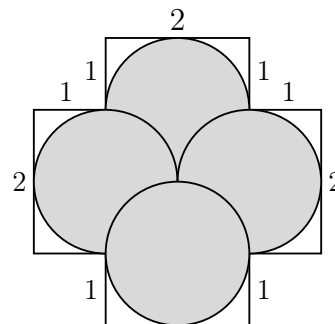
A) kun P B) kun Q C) Q og S D) R og S E) Q og T

8. Stefan starter altid sin morgenløbetur i Stjerneparken ved det centrale knudepunkt C . Han kaster en terning for at afgøre hvilken af de seks veje han skal vælge, og sådan gør han hver gang han kommer til et knudepunkt med seks veje. Hvert vejstykke har længden 100 m. Løbeturen slutter når han kommer tilbage til udgangspunktet C , eller når han har løbet 5 km. Hvad er sandsynligheden for at han en given dag løber højst 300 m?



- A) $\frac{1}{6}$ B) $3 \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{50}$ C) $\frac{2}{9}$ D) $(\frac{1}{6})^3 + (\frac{1}{6})^2 + \frac{1}{6}$ E) $\frac{6 \cdot 5 \cdot 4}{6^3}$
9. Tallet 2023 går ikke op i ét af de følgende tal. Hvilket?
- A) $2022^2 - 1$ B) $19 \cdot 2022 + 19$ C) $2022^2 + 2022$ D) $2022^2 + 1$
 E) $1 + 2 + 3 + \dots + 2020 + 2021 + 2022$

10. Fire cirkelskiver med radius 1 er lagt ned i en æske som vist. Nogle af cirkelskiverne er delvis dækket af andre cirkelskiver. Hvad er det samlede areal af de skjulte dele af cirkelskiverne?

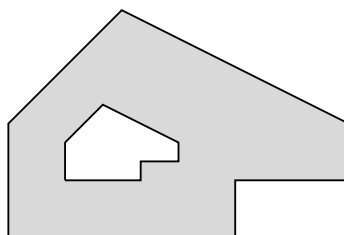


- A) $2\pi - 4$ B) π C) $4\pi - 12$ D) 1 E) $\frac{\pi^2}{4}$

FACITOPGAVER

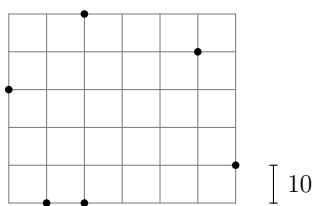
Til hver af opgaverne 11 - 20 er facit et positivt helt tal

11. Hvis $3a + 2b + c = 37$ og $a + 2b + 3c = 11$, hvad er så værdien af $a + b + c$?
12. I en tynd syvkantet plade klippes et syvkantet hul som vist på figuren. Hullet har samme form som den syvkantede plade, og siderne i den oprindelige plade er 3 gange så lange som siderne i hullet. Den oprindelige plade havde arealet 180. Hvad er arealet af den færdige plade?

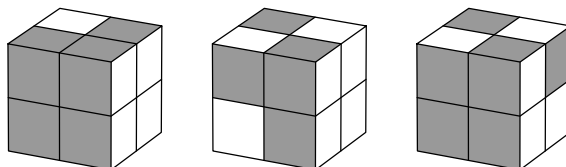


13. Asrun kan spille hver af tonerne G, D, A og E på sin violin. Hvor mange forskellige melodier på fem lige lange toner kan hun spille hvis den sidste tone skal være D, og der ikke må komme to ens toner lige efter hinanden?

14. Figuren viser et kvadratnet hvor sidelængden af hvert kvadrat er 10. Der er markeret seks punkter i kvadratnettet. Esra tegner en trekant med hjørner i tre af punkterne. Hun vælger punkterne så arealet af trekanten bliver mindst muligt. Hvad er arealet af denne trekant?

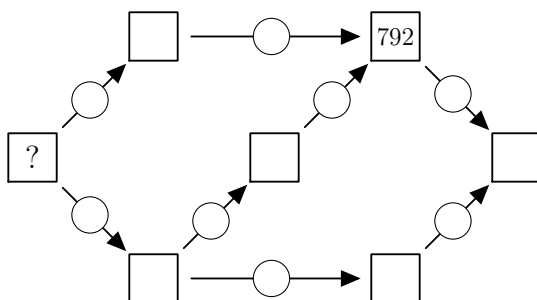


15. En terning med kantlængde 2 er vist fra tre forskellige vinkler på figuren. Siderne er inddelt i fire kvadrater med sidelængde 1.



Hvad er det samlede areal af de grå dele af terningens overflade?

16. 2023 personer som enten altid lyver eller altid taler sandt, står i en lang kø. Den forreste person i køen siger at alle de andre er løgnere, og alle de andre siger at den der står lige foran dem, er en løgner. Hvor mange løgnere er der i køen?
17. Om tallene x og y oplyses at $x + y = 0$, og at $xy = -\sqrt{7}$. Hvad er $\frac{x^{30}}{y^{22}}$?
18. En ged er bundet til hjørnet af et rektangulært skur midt på en stor græsmark med en 10 meter lang snor. Skuret er 2 meter bredt og 8 meter langt. Arealet af det område geden kan nå, er $n \cdot \pi \text{ m}^2$. Hvad er n ?
19. Georg skriver til at begynde med brøken $\frac{9}{10}$ på en tavle. I hvert træk må Georg lægge 10 til brøkens tæller eller lægge 9 til brøkens nævner, men ikke forkorte eller forlænge brøken. I første træk kan han altså ændre brøken til $\frac{19}{10}$ eller til $\frac{9}{19}$. Hvor mange træk skal han mindst lave for at få en brøk med samme værdi som den oprindelige?
20. I kasserne og cirklerne på figuren skal der skrives positive hele tal. For hver pil der fører fra en kasse til en anden, fremkommer tallet i den anden kasse ved at gange tallet i den første kasse med tallet på pilen. En enkelt af kasserne er allerede udfyldt. I cirklerne skal de otte tal 2, 3, 4, 6, 7, 9, 30 og 35 fordeles. Hvad skal der stå i kassen markeret med spørgsmålstegn?



Sponsorer: Undervisningsministeriet, Novo Nordisk Fonden, Jobindex, Georg Mohr Fonden, Matematiklærerforeningen, Institut for Matematiske Fag KU, Institut for Matematik AU, Institut for Matematik og Datalogi SDU, Institut for Matematiske Fag AAU.