



UNDERVISNINGS
MINISTERIET
STYRELSEN FOR
UNDERVISNING OG KVALITET

Matematik A

Studentereksamen

Ny ordning

Opgavesættet er delt i to dele:

Delprøve 1: 2 timer kun med den centralt udmeldte formelsamling.

Delprøve 2: 3 timer med alle hjælpemidler.

Delprøve 1 består af opgave 1-10.

Delprøve 2 består af opgave 11-16.

Pointtallet er angivet ud for hvert spørgsmål.

Der gives i alt 250 point.

En del af spørgsmålene er knyttet til mindstekravene.

Disse spørgsmål er markeret med grøn farve.

I bedømmelsen af besvarelsen af de enkelte spørgsmål og i helhedsindtrykket vil der blive lagt vægt på, om eksaminandens tankegang fremgår klart af besvarelsen.

I bedømmelsen af helhedsindtrykket af besvarelsen af de enkelte opgaver lægges særlig vægt på følgende fire punkter:

- *Redegørelse og dokumentation for metode*
Besvarelsen skal indeholde en redegørelse for den anvendte løsningsstrategi med dokumentation i form af et passende antal mellemregninger eller matematiske forklaringer på metoden, når et matematisk værktøjsprogram anvendes.
- *Figurer, grafer og andre illustrationer*
Besvarelsen skal indeholde hensigtsmæssig brug af figurer, grafer og andre illustrationer, og der skal være tydelige henvisninger til brug af disse i den forklarende tekst.
- *Notation og layout*
Besvarelsen skal i overensstemmelse med god matematisk skik opstilles med hensigtsmæssig brug af symbolsprog. Hvis der anvendes matematisk notation, der ikke hører til standardviden, skal der redegøres for betydningen.
- *Formidling og forklaring*
Besvarelsen af rene matematikopgaver skal indeholde en angivelse af givne oplysninger og korte forklaringer knyttet til den anvendte løsningsstrategi beskrevet med brug af almindelig matematisk notation.
Besvarelsen af opgaver, der omhandler matematiske modeller, skal indeholde en kort præsentation af modellens kontekst, herunder betydning af modellens parametre. De enkelte delspørgsmål skal afsluttes med en præcis konklusion præsenteret i et klart sprog i relation til konteksten.

Delprøve 1

Kl. 09.00 – 11.00

Opgave 1

a) Reducér udtrykket

(10 point)

$$(x + 2y)^2 - 2y \cdot (y + 2x).$$

Opgave 2



Grafik: www.colourbox.dk

En klasse bestiller maden til et studentergilde hos et cateringfirma. Firmaet annoncerer med følgende udbud: 3 forretter, 4 hovedretter, 5 desserter. Heraf kan man frit sammensætte én af følgende to menutyper:

Menu med 2 retter: hovedret og dessert

Menu med 3 retter: forret, hovedret og dessert

Klassen kan ikke blive enige om en menu og vælger derfor at trække lod blandt de mulige menuer.

(10 point)

a) Bestem sandsynligheden for, at klassen vælger en 3-retters menu, hvis valget blandt de forskellige menuer foretages ved lodtrækning.

Opgave 3

En funktion f er bestemt ved

$$f(x) = x^2 \cdot e^x.$$

(10 point)

a) Bestem $f'(x)$.

(5 point)

b) Løs ligningen $f'(x) = 0$.

Opgave 4

a) Bestem integralet

(10 point)

$$\int_0^2 (3x^2 + 4x + 3) dx.$$

Opgave 5



Foto: www.colourbox.dk

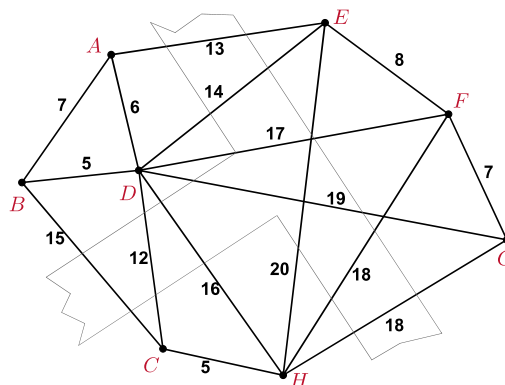
En fibernetudbyder har besluttet, at der skal lægges fibernet ud til alle husene i en landsby, der ligger omkring et T-kryds. Teknikerne er ude i landsbyen for at undersøge, hvorledes fibernettet når rundt til alle husene på den billigste måde.

Til opgaven
hører et bilag

Resultatet af undersøgelsen ses på grafen på figuren, hvor alle husene i landsbyen udgør hjørnerne og er markeret med bogstaverne A til H . Kanternes vægte angiver prisen målt i tusinde kr. for fiberkablet mellem to huse.

(10 point)

- a) Bestem ved hjælp af Prim's algoritme den laveste pris for at få lagt fibernet ud til alle husene i landsbyen

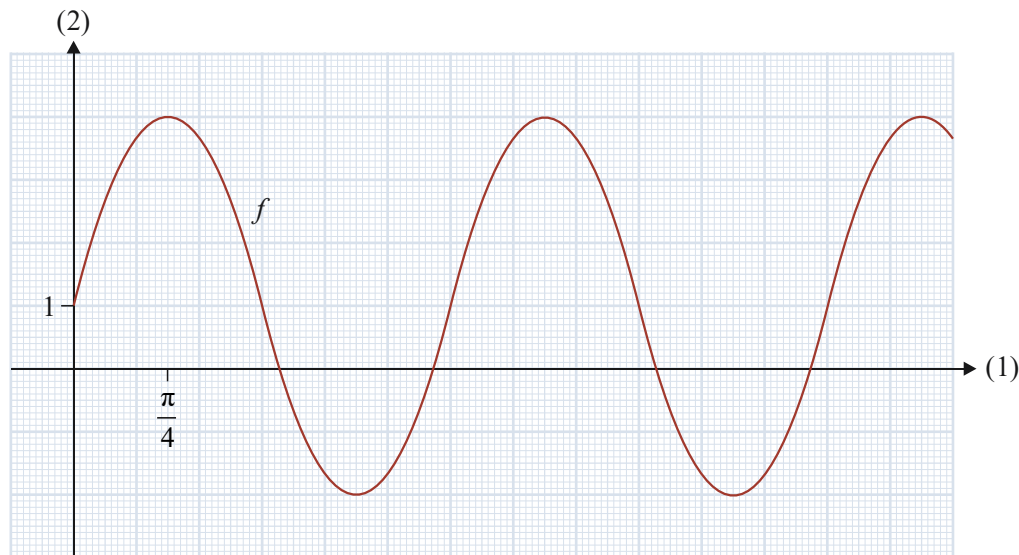


Benyt eventuelt det vedlagte bilag.

Opgave 6

På figuren ses grafen for funktionen f .

Til opgaven
hører et bilag



Funktionens forskrift er af typen

$$f(x) = A \cdot \sin(b \cdot x) + c.$$

(10 point)

- a) Brug figuren til at bestemme konstanterne A , b og c .

Benyt eventuelt vedlagte bilag.

Opgave 7 En funktion f er løsning til differentialligningen

$$y' = 0,5 \cdot y.$$

Grafen for f går gennem punktet $P(0,6)$.

(10 point)

a) Bestem linjeelementet i P , og gør rede for hvad dette fortæller om grafens forløb.

(10 point)

b) Bestem en forskrift for f .

Opgave 8 En vektorfunktion $\vec{r}$ er givet ved forskriften

$$\vec{r}(t) = \begin{pmatrix} t^2 - 4 \\ t - 3 \end{pmatrix}.$$

(10 point)

a) Bestem koordinatsættet til hvert af skæringspunkterne mellem koordinatsystemets akser og parameterkurven for $\vec{r}$.

Opgave 9 En binomialfordelt stokastisk variabel X har middelværdi 0,4 og antalsparameter 4.

(10 point)

a) Bestem sandsynlighedsparameteren for X , og bestem $P(X = 2)$.

(5 point)

b) Bestem spredningen for X .

Opgave 10 En funktion f er givet ved

$$f(x) = (a \cdot x + b)^2,$$

hvor a og b er konstanter og $b < 0$.

Det oplyses, at $f'(0) = 2b$ og $f(1) = 4$.

(10 point)

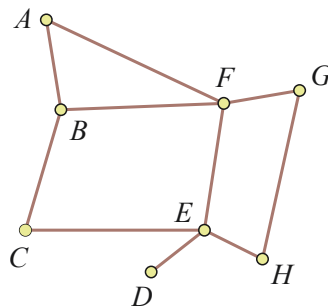
a) Bestem a og b .

Besvarelsen afleveres kl. 11.00
--

Delprøve 2

Kl. 09.00 – 14.00

Opgave 11



Figuren viser en graf, der repræsenterer vejene og vejkrydsene i et rekreativt område. En løber ønsker at planlægge en løberute i området.

- (5 point) a) Angiv graden af hvert af hjørnerne i grafen.
- (5 point) b) Argumentér for, at løberen ikke kan planlægge en rute, der er en lukket Eulertur i området.
- (10 point) c) Argumentér for, at en Eulertur i området enten starter i hjørne B eller slutter i hjørne B .
- (5 point) d) Angiv et eksempel på en Eulertur i området.

Opgave 12



Foto: www.colourbox.dk

Et firma producerer kattermad i poser. Vægten af poserne med kattermad er normalfordelt med middelværdien 5 kg og spredningen 0,11 kg.

(10 point)

- a) En bestemt pose med kattermad fra firmaet vejer 4,85 kg. Afgør, om vægten af denne pose er et normalt udfald.

Firmaet producerer også kattermad i større poser. Firmaet oplyser, at vægten af disse poser er normalfordelt med middelværdien 10 kg. Desuden oplyses, at 10% af poserne vejer mindre end 9,8 kg.

(5 point)

- b) Bestem spredningen for vægten af disse poser.

Opgave 13



En jæger skyder med bue og pil efter en flyvende gås. I en model i et koordinatsystem med enheden meter på begge akser kan pilespidsens og gåsens bevægelser beskrives ved

$$\overrightarrow{OP}(t) = \begin{pmatrix} 65 \cdot t \\ -4,91 \cdot t^2 + 37,5 \cdot t + 1,8 \end{pmatrix}$$

$$\overrightarrow{OG}(t) = \begin{pmatrix} 141 - 29 \cdot t \\ 46 \end{pmatrix},$$

hvor $\overrightarrow{OP}(t)$ og $\overrightarrow{OG}(t)$ betegner stedvektorerne til pilespidsens henholdsvis gåsens position til tidspunktet t (målt i sekunder efter skuddet).

(10 point)

a) Tegn banekurverne for pilespidsens og gåsens bevægelser i samme koordinatsystem.

(10 point)

b) Benyt modellen til at bestemme pilespidsens fart til tidspunktet $t = 1$.

(5 point)

c) Benyt modellen til at afgøre, om pilespiden rammer gåsen.

Opgave 14



Foto: www.colourbox.dk

I et område lever en bestand af rendyr. I en model kan udviklingen i antallet af rendyr i bestanden beskrives ved en løsning til differentialligningen

$$\frac{dy}{dt} = 0,23 \cdot y \cdot \left(1 - \frac{y}{1073}\right) - s \cdot y,$$

hvor y betegner antallet af rendyr i bestanden (målt i tusinde) til tidspunktet t (målt i år), og s betegner andelen af rendyr, der bliver skudt om året.

(10 point)

a) Tegn et hældningsfelt når $s = 0,01$ i vinduet $[0;10] \times [0;1200]$.

Det oplyses, at bestanden af rendyr er 900 tusinde til tidspunktet $t = 0$.

(10 point)

b) Bestem en løsning til differentialligningen når $s = 0,01$.

Man ønsker, at bestanden af rendyr i området holdes konstant på 900 tusinde.

(5 point)

c) Benyt modellen til at bestemme antallet af rendyr, der skal skydes om året.

Opgave 15



Foto: www.colourbox.dk

I et laboratorium har man undersøgt sammenhængen mellem substratkoncentration og initialhastighed ved nedbrydning af ethanol med et enzym. Tabellen viser sammenhørende målte værdier af substratkoncentration og initialhastighed.

Substratkoncentration (mM)	1,0	2,5	3,1	5,4	10,7	12,3	15,2	21,0
Initialhastighed (mM pr. sekund)	0,028	0,061	0,072	0,105	0,152	0,161	0,175	0,195

I en model kan sammenhængen beskrives ved

$$\frac{1}{v} = a \cdot \frac{1}{s} + b,$$

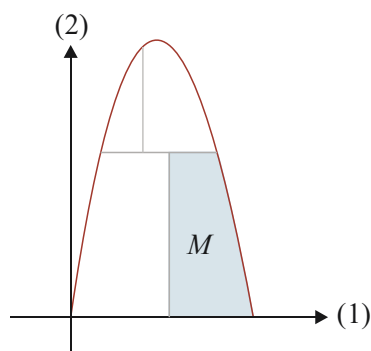
hvor s betegner substratkoncentrationen (målt i mM), og v betegner initialhastigheden (målt i mM pr. sekund).

- (10 point) a) Benyt tabellens data til at bestemme tallene a og b .
- (10 point) b) Benyt modellen til at bestemme initialhastigheden, når substratkoncentrationen er 7,0 mM.

Opgave 16



Foto: www.colourbox.dk



Ovenfor ses et billede af bygningen Fjordenshus samt en todimensional model af et af vinduerne indlagt i et koordinatsystem med enheden meter på begge akser. I modellen har vinduet form som en del af en parabel. Vinduet er 3,7 meter bredt forinden og har en højde på 5,5 meter.

- (10 point) a) Opstil en regneforskrift for den funktion, hvis graf beskriver parabelen.

Vinduet er inddelt i fire felter. Det skraverede felt M på figuren er afgrænset af parabelen, førsteaksen og linjerne med ligningerne $x = 2,3$ og $y = 3,1$.

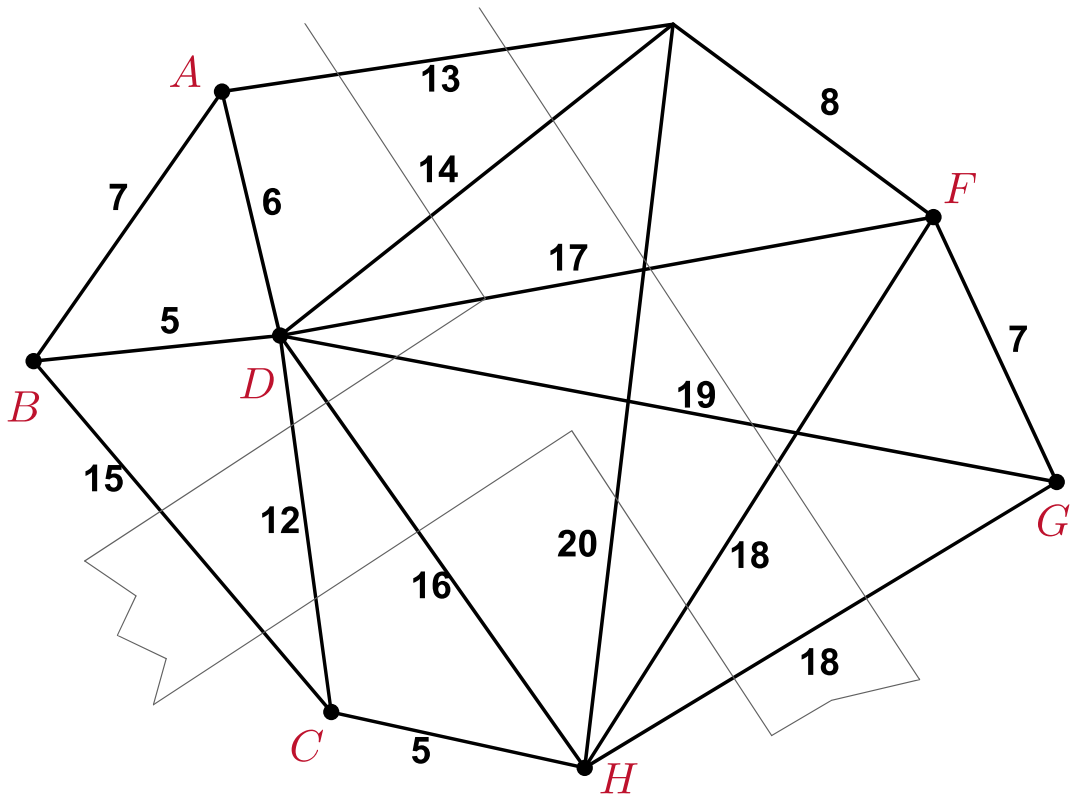
- (10 point) b) Bestem arealet af feltet M .

BILAG

Bilaget kan indgå i besvarelsen.

Skole	Hold		ID
Navn	Ark nr.	Antal ark i alt	Tilsynsførende

Opgave 5



BILAG

Bilaget kan indgå i besvarelsen.

Skole	Hold		ID
Navn	Ark nr.	Antal ark i alt	Tilsynsførende

Opgave 6

