**LÅN OG OPSPARING**



**LÅN OG OPSPARING**

**ANNUITETSLÅN**

Når man låner penge, så skal de jo betales tilbage igen samt de **renter** det koster at låne pengene.

Lånet tilbagebetales lidt ad gangen i mindre portioner, som kaldes **ydelser**.

Ydelsen dækker to ting:

* **Afdraget**, som gør den oprindelige gæld mindre
* **Renterne**, som er udgiften ved at låne pengene

Der gælder altså:

Når et lån tilbagebetales lidt ad gangen i lige store portioner, så kaldes det et **annuitetslån**.

**EKSEMPEL 1**

Kaj tager et kviklån på 3000 kr. til en ny mobiltelefon.

Den månedlige rente er 10 %, og han skal betale en fast månedlig ydelse på 1400 kr.

Vi vil nu analysere hvordan lånet afbetales måned for måned.

Efter 1 måned er der løbet 10 % renter på, som udregnes ved kr.

Kaj betaler en ydelse på 1400 kr., men 300 kr. af dem går til renter.

Gælden bliver derfor kun 1400 – 300 = 1100 kr. mindre, som er afdraget.

Den nye restgæld bliver derfor 3000 – 1100 = 1900 kr.

Udregningerne er vist i tabellen herunder, hvor udregningerne de efterfølgende måneder udføres på samme måde - tjek selv alle udregningerne, én række ad gangen. Den kaldes en **amortisationstabel**.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **Antal måneder** | **Restgæld** | **Renter** | **Ydelse** | **Afdrag** |
| 1 | 3000  | 10 % af 3000 | 1400  | ydelse – renter1400 – 300 = 1100 |
| 2 | restgæld – afdrag3000 – 1100 = 1900 | 10 % af 1900 | 1400 | ydelse – renter1400 – 190 = 1210 |
| 3 | restgæld – afdrag1900 – 1210 = 690 | 10 % af 690 | restgæld + renter690 + 69 = 759 | 690 = restgældenKaj er gældfri! |

Den sidste måned betaler Kaj kun 759 kr. i ydelse, da den sidste restgæld på 690 kr. og renterne på 69 kr. tilsammen er mindre end 1400 kr.

De samlede renteudgifter er summen er de tre gule tal i tredje kolonne: 300 + 190 + 69 = 559 kr.,

som udgør af det lånte beløb, dvs. mere end de 10 % pr. måned.

Det ses, at renten bliver mindre måned for måned, og en større del af ydelsen går til at afdrage gælden.

**OPGAVER - LUKSUSFÆLDEN**

**Opgave 1 - Følg eksempel 1**

En elev låner 5000 kr. til en tatovering af en matematisk formel.

Den månedlige rente er 10 %, og der betales en fast månedlig ydelse på 1500 kr.

1. Udfyld tabellen indtil lånet er tilbagebetalt ved at følge eksempel 1, og vis alle udregningerne.
2. Beregn de samlede renteudgifter samt den procentdel de udgør af lånet.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **Antal måneder** | **Restgæld** | **Renter** | **Ydelse** | **Afdrag** |
| 1 | 5000 | 10 % af 5000 |  |  |
| 2 |  |  |  |  |
| 3 |  |  |  |  |
| 4 |  |  |  |  |
| 5 |  |  |  |  |

**Opgave 2 - Følg eksempel 1**

En elev, der ikke har fulgt så godt med i undervisningen, låner også 5000 kr. til en shoppingtur.

Den månedlige rente er 20 %, og der betales en fast månedlig ydelse på 1000 kr.

1. Udfyld tabellen ved at følge eksempel 1, og vis alle udregningerne.
2. Hvad er problemet med dette lån?
3. Hvad sker der hvis den månedlige ydelse er under 1000 kr.?

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **Antal måneder** | **Restgæld** | **Renter** | **Ydelse** | **Afdrag** |
| 1 | 5000 | 20 % af 5000 |  |  |
| 2 |  |  |  |  |
| 3 |  |  |  |  |

**FACIT** til opgave 1

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Antal mdr. | Restgæld | Renter | Ydelse | Afdrag |
| 1 | 5000 | 500 | 1500 | 1000 |
| 2 | 4000 | 400 | 1500 | 1100 |
| 3 | 2900 | 290 | 1500 | 1210 |
| 4 | 1690 | 169 | 1500 | 1331 |
| 5 | 359 | 35,9 | 394,9 | 359 |

1b) 1394,90 kr. og 27,9 %

**EN FORMEL TIL ANNUITETSLÅN**

I eksemplet med Kaj og opgave 1 var ydelsen alle måneder ikke den samme, da det sidste beløb der skulle betales var noget mindre. Hvis man ønsker at betale præcis samme ydelse hver måned indtil lånet er tilbagebetalt, så findes der en formel til at udregne hvad ydelsen skal være, som vi ikke vil bevise.

Den ser lidt farlig ud, men her kommer den:

 ydelsen

 det lånte beløb, kaldes også lånets **hovedstol**

 renten i decimaltal

 antal terminer/betalinger, kaldes også lånets **løbetid**

**EKSEMPEL 2**

Vi ser igen på Kajs kviklån på 3000 kr. og 10 % rente pr. måned.

Hvis han gerne vil betale samme ydelse i alle 3 måneder, så bliver udregningen følgende:

Indtast det selv på lommeregner.

Det kræver nok ekstra parenteser under brøkstregen:

Brug knappen ( – ) på lommeregneren til det minus.

Dvs. Kaj skal betale 1206,34 kr. hver måned i 3 måneder.

Det samlede beløb han skal betale bliver derfor

Dermed er de samlede renteudgifter dette beløb minus de lånte 3000 kr.

Det er mere end renteudgifterne i det første eksempel, hvor de var 559 kr., overvej hvorfor.

**EKSEMPEL 3**

Kaj har brugt for mange penge på byture, så han kan kun betale en månedlig ydelse på 500 kr.

Spørgsmålet er nu hvor lang tid det så vil tage at tilbagebetale lånet.

Her kan man f.eks. bruge et regneark, hvor udregningerne er lavet vha. formlen - spørg evt. hvordan.



Regnearket viser, at restgælden bliver negativ efter 10 måneder, dvs. lånet tilbagebetales på 10 måneder.

Kaj skal altså tilbagebetale ca. kr. for at låne 3000 kr., dvs. en renteudgift på ca. 2000 kr.

Lånet bliver altså meget dyrere pga. den længere løbetid.

**OPGAVER - LÅNEHAJEN**

**Opgave 3 - Følg eksempel 2**

En elev låner igen 5000 kr. til en tatovering på den anden arm.

Den månedlige rente er 10 %, og lånet tilbagebetales på 5 måneder.

1. Beregn den månedlige ydelse vha. formlen.
2. Hvor meget kommer låntageren i alt til at tilbagebetale?
3. Hvad bliver de samlede renteudgifter for at låne de 5000 kr.?

**Opgave 4 - Følg eksempel 3**

En elev har brug for en ny computer til at regne matematikopgaver.

Computeren koster 7000 kr., og købes på afbetaling ved udlejningsfirmaet Greasy.

Den månedlige ydelse er 2000 kr., og den månedlige rente er 20 %.

1. Brug regnearket i Lectio til at finde ud af, hvor mange måneder det vil tage at betale computeren ved at ændre på tallene i de røde felter, så de passer med opgavens oplysninger.
2. Hvor meget kommer køberen cirka til at betale for computeren?



**Ekstra**

Find selv eksempler på kviklån på nettet, men lad være med at optage et lån!

Kan du gennemskue de tal lånefirmaerne oplyser, og hvad er ÅOP?

**FACIT**

3a) 1318,99 kr.

3b) 6594,95 kr.

3c) 1594,95 kr.

4a) 7 måneder

4b) ca. 14 000 kr.

**ANNUITETSOPSPARING**

Nu skulle du gerne have lært, at det kan være dyrt at låne penge, men det kan selvfølgelig være nødvendigt til køb at større ting, som f.eks. hus og bil. Alternativt kan man spare op, selvom der ikke er meget at få i rente hos bankerne for tiden.

Vi har tidligere lært om **renteformlen** , med hvilken man kunne udregne saldoen på en konto efter terminer, når man indsatte beløbet , og renten var . Det stemmer dog ikke så godt med den måde man normalt sparer op på, nemlig ved at indsætte et fast beløb med jævne mellemrum, som kaldes en **annuitetsopsparing**.

Der findes en formel til at udregne saldoen på sådan en opsparing, som vi ikke vil bevise.

Den ser lidt farlig ud, men her kommer den:

 saldoen

 beløbet der indsættes hver gang

 renten i decimaltal

 antal indbetalinger

**EKSEMPEL 4**

Kaj er ikke den skarpeste kniv i skuffen, men han har efterhånden indset, at det er bedre at spare op.

Han planlægger en ferie med kæresten, og vil derfor indsætte 1000 kr. på en opsparingskonto hver måned i 6 måneder, hvor den månedlige rente er 2 %.

Saldoen efter 6 indbetalinger beregnes med formlen

Indtaste det selv på lommeregner.

Det kræver nok ekstra parenteser over brøkstregen:

Dvs. Kaj har opsparet 6308,12 kr. efter 6 måneder.

Han har indbetalt i alt kr., og har dermed fået 308,12 kr. i rente.

**EKSEMPEL 5**

Kaj har brug for ca. 8500 kr. til turen, så han må enten indbetale flere gange eller indbetale mere hver gang.

Her kan man igen bruge regneark, hvor udregningerne er lavet vha. formlen - spørg evt. hvordan.



Regnearket til venstre viser, at han skal indtale 1000 kr. 8 gange for at opspare ca. 8500 kr.

Regnearket til højre viser, at han skal indtale ca. 1350 kr. 6 gange for at opspare ca. 8500 kr.

**OPGAVER - KAPITALISTERNE**

**Opgave 5 - Følg eksempel 4**

Conny vil spare op til en lille pony.

På en konto med en årlig rente på 2 % indsætter hun årligt 3000 kr.



1. Beregn saldoen på kontoen efter 5 indbetalinger vha. formlen.
2. Hvor meget indbetaler Conny i alt?
3. Hvor meget har hun fået i rente efter de 5 indbetalinger?

**Opgave 6 - Følg eksempel 5**

Linda vil spare ca. 20 000 kr. op til indskud til en lejlighed.

Hun indbetaler hver måned 2400 kr. på en konto med en månedlig rente på 6 %.

1. Brug regnearket i Lectio til at finde ud af hvor mange indbetalinger hun skal lave ved at ændre på tallene i de røde felter, så de passer med opgavens oplysninger.



**Opgave 7 - Følg eksempel 5**

En biker har set sig varm på en fed kværn, som koster 70 000 kr.

På en konto med en årlig rente på 3 % laves 4 indbetalinger.



1. Brug regnearket i Lectio til at finde ud af præcist hvor meget der skal indbetales hver gang ved at ændre på tallene i de røde felter, så det passer med opgavens oplysninger.



**Ekstra**

Beregn den præcise indbetaling ved at benytte formlen (brug GeoGebra).

**FACIT**

5a) 15 612,12 kr.

5b) 15 000 kr.

5c) 612,12 kr.

6a) 7 indbetalinger

7a) ca. 17 000 kr., men du skal finde det præcise tal ved at prøve dig frem