4. Sinus, cosinus og tangens
→ Enhedscirklen.

Pensum: Kernestof mat 1 stx - s. 88-91 og 97

Enhedscirklen

Vi starter med at kigge på enhedscirklen som danner baggrund for sinus, cosinus og tangens.

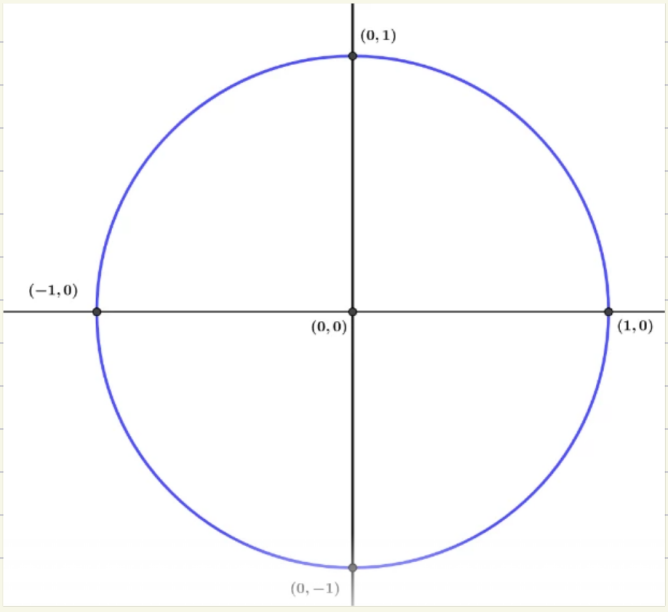
Hvad er enhedscirklen

42 Definition

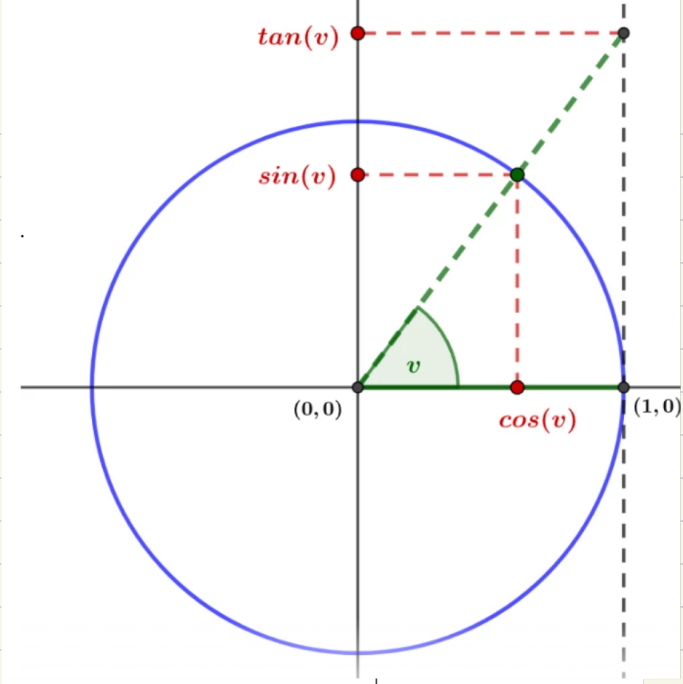
En **enhedscirkel** er en cirkel med centrum i $(0, 0)$, som har en radius med længden én enhed. Vinklen mellem radius og x-aksen indtegnes med en lille bue. Punktet, hvor radius rører cirklen, angives med P og kaldes **retningspunktet** for v.

cos(v) angiver værdien af **x-koordinaten** til retningspunktet P, og **sin(v)** angiver værdien af **y-koordinaten** til retningspunktet P.

Hvad ??



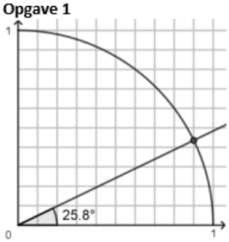
Nu kigger vi i forhold til sin, cos og tan.



Opgaver til jer:

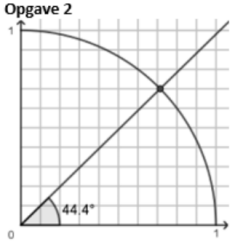
Dette er opgaver som kan kom til en skriftlig eksamen

Opgave 1



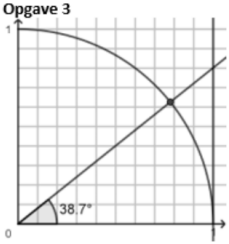
a) Aflæs cos(25,8°).

Opgave 2



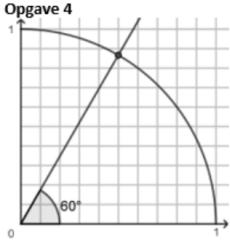
a) Aflæs sin(44,4°).

Opgave 3



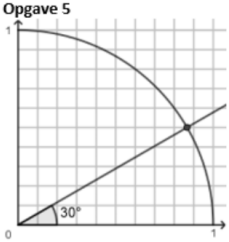
a) Aflæs tan(38,7°).

Opgave 4



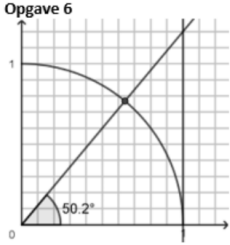
a) Aflæs cos(60°).

Opgave 5



a) Aflæs sin(30°).

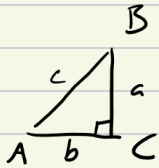
Opgave 6



a) Aflæs tan(50,2°).

Cosinus, Sinus og tangens

Vi arbejder med **Retvinklet trekanter**, hvor vi siger at C er den rette vinkel.



56 Sætning

For en retvinklet trekant, ABC, hvor C er den rette vinkel, gælder:

$\sin(A) = \frac{a}{c}$ Sinus til en spids vinkel er lig med længden af den modstående katete divideret med længden af hypotenusen.

$\cos(A) = \frac{b}{c}$ Cosinus til en spids vinkel er lig med længden af den hosliggende katete divideret med længden af hypotenusen.

Vi kan bestemme vinkler i retvinklede trekanter ved at bruge $\sin^{-1}$ og $\cos^{-1}$. Der gælder således, at:

$$A = \sin^{-1}\left(\frac{a}{c}\right) \quad \text{og} \quad A = \cos^{-1}\left(\frac{b}{c}\right)$$

58 Definition

Tangens til en vinkel, v, er defineret ved:

$$\tan(v) = \frac{\sin(v)}{\cos(v)}$$

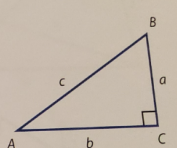
hvor $\cos(v)$ ikke må være lig med 0.

prx.dk/25dr3

59* Sætning

For **tangens** i en retvinklet trekant, ABC, hvor C er den rette vinkel, gælder:

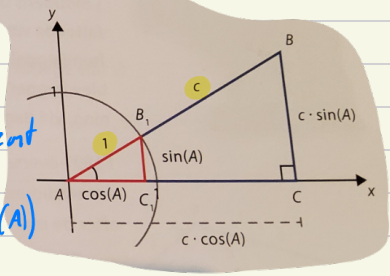
$$\tan(A) = \frac{a}{b} = \frac{\text{mod}}{\text{hos}}$$



Der snakkes meget om modstående, hosliggende og hypotenusen.
Forklar hvad det er

Bevis for sætningerne ↗ sinus og cos

[54 Sætning]
For en retvinklet trekant, ABC, hvor C er den rette vinkel, gælder:
$a = c \cdot \sin(A)$ og $b = c \cdot \cos(A)$



Bevis

Vi har enhedscirklen og en blå trekant

Punkt B_1 har koordinatet $(\cos(A), \sin(A))$

Længderne i enhedscirklen $|AC_1| =$
$|AB_1| =$
$|B_1C_1| =$

Den røde enhedscirklen og den blå trekant er ens vinklet
Dermed skal vi finde størrelsesforholdet mellem dem

Vi kigger på hypotenusen i begge trekanter:
$k =$

Dermed er størrelsesforholdet $k = c$

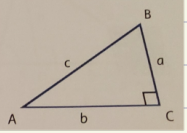
Dermed må den modstående katete være:

Dermed må den hosliggende katete være:

[59 Sætning]

For **tangens** i en retvinklet trekant, ABC, hvor C er den rette vinkel, gælder:

$$\tan(A) = \frac{a}{b}$$



Bevis

Tangens er defineret som: $\tan(v) = \frac{\sin(v)}{\cos(v)}$.

Vi kigger på vinkel A: $\tan(A) = \frac{\sin(A)}{\cos(A)}$

Vi ved: $\cos(A) = \frac{a}{c}$ og $\sin(A) = \frac{b}{c}$

Indsæt:

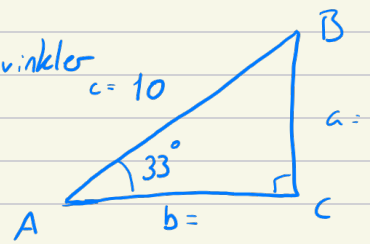
Regne regel:

$$\frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c}$$

$\cos(v) = \frac{hos}{hyp}$ $\sin(v) = \frac{mod}{hyp}$ $\tan(v) = \frac{mod}{hos}$

Eksempel:

Find de resterne sider og vinkler



a:

b:

B:

Ved brug af cos/sin

Vinkelsum

Øvelser

Se udleveret opgave ark

→ Enhedscirklen
→ Retvinklet trekanter - beregn side
→ — " ——— - beregn vinkler