

Lidt om tallene og intervaller...

Fra "Lærebog i matematik A1 stx", Systime.

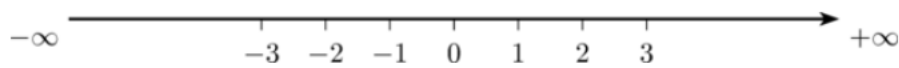
Talaksen

⋮

De reelle tal kan vi illustrere ved en tallinje, hvor ethvert punkt repræsenterer et tal.

Som udgangspunkt tegner vi en linje og vælger et punkt, som svarer til tallet 0. Desuden vælger vi en enhed, som vi benytter til at afsætte de hele tal med, som vist på figur 1.1.1.

Endelig tegner vi en pil på tallinjen, som angiver den retning, hvori tallene vokser.



Figur 1.1.1 Den reelle tallinje

Tegnet ∞ kalder vi *uendelig*, og her betyder tegnet, at tallinjen fortsætter uendeligt langt ud til begge sider.

De reelle tal \mathbb{R} omfatter de *naturlige tal*

$$\mathbb{N} = \{1, 2, 3, \dots\}$$

de *hele tal*

$$\mathbb{Z} = \{\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\}$$

de *rationale tal* \mathbb{Q} , dvs. brøker med hel tæller og nævner, f.eks.

$$-\frac{18}{5}, \frac{1}{2}, \frac{4}{7}, \frac{11}{8}$$

og endelig de *irrationale tal*, dvs. de reelle tal, der ikke er rationale.

De naturlige tal er også hele tal, og de hele tal er også rationale tal. Tallet -3 kan vi f.eks. skrive som

$$-3 = -\frac{6}{2}$$

De irrationale tal er de tal, som vi ikke kan skrive som en brøk bestående af hele tal i både tæller og nævner. F.eks. er $\sqrt{2}$, $-\sqrt[3]{7}$, π og $\frac{1}{\pi}$ irrationale tal.

Et rationalt tal har en decimalbrøkfremstilling, der er endelig eller periodisk. F.eks. er

$$\frac{1}{16} = 0,0625 \quad \text{og} \quad \frac{12}{7} = 1,\overline{714285}$$

rationale tal.

Et irrationalt tal har en uendelig, ikke-periodisk decimalbrøksfremstilling.

Intervaller



Vi arbejder ofte med en udvalgt del af de reelle tal. Hertil svarer linjestykker og halvlinjer på tallinjen.

F.eks. svarer alle tallene fra og med -1 til og med 5 til linjestykket vist på figur 1.1.2.



Figur 1.1.2

Mængden af tal svarende til linjestykket skriver vi kort

$$[-1; 5]$$

og vi kalder det *det lukkede interval* fra -1 til 5 . Intervallet svarer til de reelle tal, der opfylder, at

$$-1 \leq x \leq 5$$

Tallene -1 og 5 kalder vi intervallets *endepunkter*, og det venstre endepunkt skal altid være det mindste tal.

Når en intervaleklamme vender væk fra et tal, er tallet ikke med i intervallet. Således svarer intervallet

$$[-2; 7[$$

til alle reelle tal mellem -2 og 7 , hvor -2 skal medregnes, mens 7 ikke skal medregnes. Altså de tal x , der opfylder, at

$$-2 \leq x < 7$$



Figur 1.1.3

At vi ikke skal medtage tallet 7 , viser vi ved at lave en ikke-udfyldt bolle i tallet 7 .

Linjestykker på en tallinje svarer til *begrænsede intervaller*, hvor tallene i intervallet ligger mellem intervallets endepunkter.

Halvlinjer på en tallinje svarer til *ubegrænsede intervaller*.



Figur 1.1.4

Halvlinjen på figur 1.1.4 svarer til tallene, der højst er 2 , dvs. til de tal x , der opfylder, at

$$x \leq 2$$

Her er der ingen nedre grænse for, hvor små tallene kan blive, og det viser vi ved at bruge $-\infty$ som "endepunkt". Vi kan derfor opskrive det interval, som halvlinjen svarer til, som

$$]-\infty; 2]$$

Halvlinjen svarende til intervallet $]-4; \infty[$, dvs. de tal x , der opfylder, at $x > -4$, er vist på figur 1.1.5.



Figur 1.1.5

Læg mærke til, at intervalklammene altid skal vende væk fra $-\infty$ og ∞ , da disse symboler ikke er tal.

Intervallet $[-3; 7]$ omtaler vi som det *lukkede* interval fra og med -3 til og med 7 .

Intervallet $] - 3; 7 [$ omtaler vi som det *åbne* interval fra -3 til 7 .

Det lukkede interval fra $-\infty$ til og med 1 er $]-\infty; 1]$, og det åbne interval fra 4 til ∞ er $]4; \infty[$.

Endelig opfatter vi de reelle tal \mathbb{R} som intervallet $]-\infty; \infty[$.